



Series EF1GH/1



SET~1

रोल नं. Roll No.							

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/1**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

- (i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- (ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
Please check that this question paper contains 38 questions.
- (iv) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- (v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.





सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि किसी वर्ग आव्यूह A के लिए $A^2 - 3A + I = O$ है तथा $A^{-1} = xA + yI$ है, तो $x + y$ का मान है :
 - (a) -2
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) -3
2. यदि एक 2×2 आव्यूह A के लिए $|A| = 2$ है, तो $|4A^{-1}|$ बराबर है :
 - (a) 4
 - (b) 2
 - (c) 8
 - (d) $\frac{1}{32}$
3. माना A एक ऐसा 3×3 आव्यूह है कि $|\text{adj } A| = 64$ है। तो $|A|$ बराबर है :
 - (a) केवल 8
 - (b) केवल -8
 - (c) 64
 - (d) 8 अथवा -8





General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.
- (ii) This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.
- (iii) In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.
- (iv) In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.
- (v) In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.
- (vi) In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.
- (vii) In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.
- (ix) Use of calculators is **not** allowed.

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

- 1. If for a square matrix A, $A^2 - 3A + I = O$ and $A^{-1} = xA + yI$, then the value of $x + y$ is :
 - (a) -2
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) -3
- 2. If $|A| = 2$, where A is a 2×2 matrix, then $|4A^{-1}|$ equals :
 - (a) 4
 - (b) 2
 - (c) 8
 - (d) $\frac{1}{32}$
- 3. Let A be a 3×3 matrix such that $|\text{adj } A| = 64$. Then $|A|$ is equal to :
 - (a) 8 only
 - (b) -8 only
 - (c) 64
 - (d) 8 or -8





4. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ है तथा $2A + B$ एक शून्य आव्यूह है, तो B बराबर है :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

5. यदि $\frac{d}{dx}(f(x)) = \log x$ है, तो $f(x)$ बराबर है :

(a) $-\frac{1}{x} + C$

(b) $x(\log x - 1) + C$

(c) $x(\log x + x) + C$

(d) $\frac{1}{x} + C$

6. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sec^2(x - \frac{\pi}{6}) dx$ बराबर है :

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$

(d) $-\sqrt{3}$

7. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$ की कोटि तथा घात का योगफल है :

(a) 5

(b) 2

(c) 3

(d) 4

8. p का वह मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ तथा $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ परस्पर लंबवत हैं, है :

(a) 3

(b) -3

(c) $-\frac{17}{3}$

(d) $\frac{17}{3}$





4. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ and $2A + B$ is a null matrix, then B is equal to :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

5. If $\frac{d}{dx}(f(x)) = \log x$, then $f(x)$ equals :

(a) $-\frac{1}{x} + C$

(b) $x(\log x - 1) + C$

(c) $x(\log x + x) + C$

(d) $\frac{1}{x} + C$

6. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sec^2(x - \frac{\pi}{6}) dx$ is equal to :

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$

(d) $-\sqrt{3}$

7. The sum of the order and the degree of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$$
 is :

(a) 5

(b) 2

(c) 3

(d) 4

8. The value of p for which the vectors $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ and $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ are perpendicular to each other, is :

(a) 3

(b) -3

(c) $-\frac{17}{3}$

(d) $\frac{17}{3}$





9. $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{j} + (\hat{j} \times \hat{i}) \cdot \hat{k}$ का मान है :
- (a) 2 (b) 0
(c) 1 (d) -1
10. यदि $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ तथा $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ है, तो $|\vec{b}|$ बराबर है :
- (a) $\sqrt{14}$ (b) 3
(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$
11. रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{2z-1}{12}$ के दिक्-कोसाइन हैं :
- (a) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{157}}, -\frac{3}{\sqrt{157}}, \frac{12}{\sqrt{157}}$
(c) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{6}{7}$ (d) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$
12. यदि $P\left(\frac{A}{B}\right) = 0.3$, $P(A) = 0.4$ तथा $P(B) = 0.8$ है, तो $P\left(\frac{B}{A}\right)$ बराबर है :
- (a) 0.6 (b) 0.3
(c) 0.06 (d) 0.4
13. k का वह मान जिसके लिए $f(x) = \begin{cases} 3x + 5, & x \geq 2 \\ kx^2, & x < 2 \end{cases}$ एक संतत फलन है, है :
- (a) $-\frac{11}{4}$ (b) $\frac{4}{11}$
(c) 11 (d) $\frac{11}{4}$
14. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2I$ है, तो x का/के मान है/हैं :
- (a) $\pm \sqrt{7}$ (b) 0
(c) ± 5 (d) 25





9. The value of $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{j} + (\hat{j} \times \hat{i}) \cdot \hat{k}$ is :
- (a) 2 (b) 0
(c) 1 (d) -1
10. If $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ and $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, then $|\vec{b}|$ equals :
- (a) $\sqrt{14}$ (b) 3
(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$
11. Direction cosines of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{2z-1}{12}$ are :
- (a) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{157}}, -\frac{3}{\sqrt{157}}, \frac{12}{\sqrt{157}}$
(c) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{6}{7}$ (d) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$
12. If $P\left(\frac{A}{B}\right) = 0.3$, $P(A) = 0.4$ and $P(B) = 0.8$, then $P\left(\frac{B}{A}\right)$ is equal to :
- (a) 0.6 (b) 0.3
(c) 0.06 (d) 0.4
13. The value of k for which $f(x) = \begin{cases} 3x + 5, & x \geq 2 \\ kx^2, & x < 2 \end{cases}$ is a continuous function, is :
- (a) $-\frac{11}{4}$ (b) $\frac{4}{11}$
(c) 11 (d) $\frac{11}{4}$
14. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ and $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2I$, then the value(s) x is/are :
- (a) $\pm\sqrt{7}$ (b) 0
(c) ± 5 (d) 25





15. अवकल समीकरण $x dy - (1 + x^2) dx = dx$ का व्यापक हल है :

(a) $y = 2x + \frac{x^3}{3} + C$

(b) $y = 2 \log x + \frac{x^3}{3} + C$

(c) $y = \frac{x^2}{2} + C$

(d) $y = 2 \log x + \frac{x^2}{2} + C$

16. यदि $f(x) = a(x - \cos x)$, \mathbb{R} में निरंतर हासमान है, तो 'a' निम्न में से किस में स्थित है ?

(a) $\{0\}$

(b) $(0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$

(d) $(-\infty, \infty)$

17. किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या के आलेखीय निरूपण में सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दु $(2, 72)$, $(15, 20)$ तथा $(40, 15)$ हैं। यदि $z = 18x + 9y$ उद्देश्य फलन है, तो :

(a) z , $(2, 72)$ पर अधिकतम तथा $(15, 20)$ पर न्यूनतम है।

(b) z , $(15, 20)$ पर अधिकतम तथा $(40, 15)$ पर न्यूनतम है।

(c) z , $(40, 15)$ पर अधिकतम तथा $(15, 20)$ पर न्यूनतम है।

(d) z , $(40, 15)$ पर अधिकतम तथा $(2, 72)$ पर न्यूनतम है।

18. व्यवरोधों $x - y \geq 0$, $2y \leq x + 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ द्वारा बने सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दुओं की संख्या है :

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(c) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है।

(d) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है।





15. The general solution of the differential equation $x dy - (1 + x^2) dx = dx$ is :

- (a) $y = 2x + \frac{x^3}{3} + C$ (b) $y = 2 \log x + \frac{x^3}{3} + C$
(c) $y = \frac{x^2}{2} + C$ (d) $y = 2 \log x + \frac{x^2}{2} + C$

16. If $f(x) = a(x - \cos x)$ is strictly decreasing in \mathbb{R} , then 'a' belongs to

- (a) $\{0\}$ (b) $(0, \infty)$
(c) $(-\infty, 0)$ (d) $(-\infty, \infty)$

17. The corner points of the feasible region in the graphical representation of a linear programming problem are $(2, 72)$, $(15, 20)$ and $(40, 15)$. If $z = 18x + 9y$ be the objective function, then :

- (a) z is maximum at $(2, 72)$, minimum at $(15, 20)$
(b) z is maximum at $(15, 20)$, minimum at $(40, 15)$
(c) z is maximum at $(40, 15)$, minimum at $(15, 20)$
(d) z is maximum at $(40, 15)$, minimum at $(2, 72)$

18. The number of corner points of the feasible region determined by the constraints $x - y \geq 0$, $2y \leq x + 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ is :

- (a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 5

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.
(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.





19. अभिकथन (A) : फलन $f(x) = 2 \sin^{-1} x + \frac{3\pi}{2}$, जहाँ $x \in [-1, 1]$ का परिसर $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ है।

तर्क (R) : $\sin^{-1}(x)$ की मुख्य मान शाखा का परिसर $[0, \pi]$ है।

20. अभिकथन (A) : बिन्दुओं $(1, 2, 3)$ तथा $(3, -1, 3)$ से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$ है।

तर्क (R) : बिन्दुओं (x_1, y_1, z_1) तथा (x_2, y_2, z_2) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$ है।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (क) $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : A \rightarrow B$, एकैकी और आच्छादक दोनों है। यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ है, तो समुच्चय B ज्ञात कीजिए।

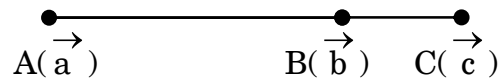
अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos \frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

22. परिमाण $3\sqrt{3}$ के वह सभी सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ के संरेख हों।

23. (क) नीचे दी गई आकृति में दर्शाए गए बिन्दुओं A, B तथा C के स्थिति सदिश क्रमशः \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} हैं।



यदि $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$ है, तो \vec{c} को \vec{a} तथा \vec{b} के पदों में व्यक्त कीजिए।

अथवा





19. Assertion (A) : The range of the function $f(x) = 2 \sin^{-1} x + \frac{3\pi}{2}$, where $x \in [-1, 1]$, is $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$.

Reason (R) : The range of the principal value branch of $\sin^{-1}(x)$ is $[0, \pi]$.

20. Assertion (A) : Equation of a line passing through the points (1, 2, 3) and (3, -1, 3) is $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$.

Reason (R) : Equation of a line passing through points (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) is given by $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) A function $f : A \rightarrow B$ defined as $f(x) = 2x$ is both one-one and onto. If $A = \{1, 2, 3, 4\}$, then find the set B.

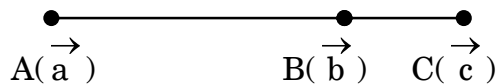
OR

- (b) Evaluate :

$$\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos \frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

22. Find all the vectors of magnitude $3\sqrt{3}$ which are collinear to vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

23. (a) Position vectors of the points A, B and C as shown in the figure below are \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} respectively.



If $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$, express \vec{c} in terms of \vec{a} and \vec{b} .

OR





(ख) ज्ञात कीजिए कि क्या रेखाएँ जिनके समीकरण $x = 2\lambda + 2$, $y = 7\lambda + 1$, $z = -3\lambda - 3$ तथा $x = -\mu - 2$, $y = 2\mu + 8$, $z = 4\mu + 5$ हैं, परस्पर लंबवत हैं या नहीं।

24. यदि $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^2$ है, तो दर्शाइए कि $(x^2 - 1) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y^2$.

25. दर्शाइए कि फलन $f(x) = \frac{16 \sin x}{4 + \cos x} - x$, $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ में निरंतर हासमान है।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\log(\sin x) - \log(2 \cos x)] dx$$

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)} dx$$

28. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \sec^2 x \cdot y = \tan x \cdot \sec^2 x$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y(0) = 0$.

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $x dy - y dx - \sqrt{x^2 + y^2} dx = 0$ को हल कीजिए।





- (b) Check whether the lines given by equations $x = 2\lambda + 2$, $y = 7\lambda + 1$, $z = -3\lambda - 3$ and $x = -\mu - 2$, $y = 2\mu + 8$, $z = 4\mu + 5$ are perpendicular to each other or not.

24. If $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^2$, then show that $(x^2 - 1) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y^2$.

25. Show that the function $f(x) = \frac{16 \sin x}{4 + \cos x} - x$, is strictly decreasing in $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\log(\sin x) - \log(2 \cos x)] dx.$$

27. Find :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)} dx$$

28. (a) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \sec^2 x \cdot y = \tan x \cdot \sec^2 x$, given that $y(0) = 0$.

OR

- (b) Solve the differential equation given by $x dy - y dx - \sqrt{x^2 + y^2} dx = 0$.





29. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

$z = 6x + 3y$ का निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत,

अधिकतम मान ज्ञात कीजिए :

$$4x + y \geq 80,$$

$$3x + 2y \leq 150,$$

$$x + 5y \geq 115,$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

30. (क) किसी यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) k का मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) ज्ञात कीजिए : $P(1 \leq X < 3)$

(iii) X का माध्य $E(X)$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) A तथा B ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4}$ तथा $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$ है ।

$P(A)$ तथा $P(B)$ ज्ञात कीजिए ।

31. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a) \cos(x-b)} \, dx$$





29. Solve graphically the following linear programming problem :

Maximise $z = 6x + 3y$,

subject to the constraints

$$4x + y \geq 80,$$

$$3x + 2y \leq 150,$$

$$x + 5y \geq 115,$$

$$x \geq 0, y \geq 0.$$

30. (a) The probability distribution of a random variable X is given below :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) Find the value of k.

(ii) Find $P(1 \leq X < 3)$.

(iii) Find $E(X)$, the mean of X.

OR

(b) A and B are independent events such that $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4}$ and $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$. Find P(A) and P(B).

31. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

OR

(b) Find :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a) \cos(x-b)} \, dx$$





खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. एक संबंध R , वास्तविक संख्याओं के समुच्चय \mathbb{R} पर इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(x, y) : x \cdot y \text{ एक अपरिमेय संख्या है}\}$ । जाँच कीजिए कि क्या R , स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है या नहीं।

33. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो

$(AB)^{-1}$ ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) आव्यूह विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - y + z = 2$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

34. (क) उस रेखा के सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु $(1, 2, -4)$ से होकर जाती है तथा बिन्दुओं $A(3, 3, -5)$ तथा $B(1, 0, -11)$ को मिलाने वाली रेखा के समांतर है। अतः इन दो रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) बिन्दुओं $A(1, 2, 3)$ तथा $B(3, 5, 9)$ से होकर जाने वाली रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए। अतः इस रेखा पर उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु B से 14 इकाई की दूरी पर हैं।

35. समाकलन के प्रयोग से वक्र $x^2 = y$, $y = x + 2$ तथा x -अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।





SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. A relation R is defined on a set of real numbers \mathbb{R} as

$$R = \{(x, y) : x \cdot y \text{ is an irrational number}\}.$$

Check whether R is reflexive, symmetric and transitive or not.

33. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$, find $(AB)^{-1}$.

OR

(b) Solve the following system of equations by matrix method :

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - y + z = 2$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

34. (a) Find the vector and the Cartesian equations of a line passing through the point $(1, 2, -4)$ and parallel to the line joining the points $A(3, 3, -5)$ and $B(1, 0, -11)$. Hence, find the distance between the two lines.

OR

(b) Find the equations of the line passing through the points $A(1, 2, 3)$ and $B(3, 5, 9)$. Hence, find the coordinates of the points on this line which are at a distance of 14 units from point B.

35. Find the area of the region bounded by the curves $x^2 = y$, $y = x + 2$ and x-axis, using integration.





खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. योग के कई प्रकार हैं जिनमें योग के विभिन्न प्रकार के आसन, मनन-प्रार्थना, प्राणायाम इत्यादि हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है ।





SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

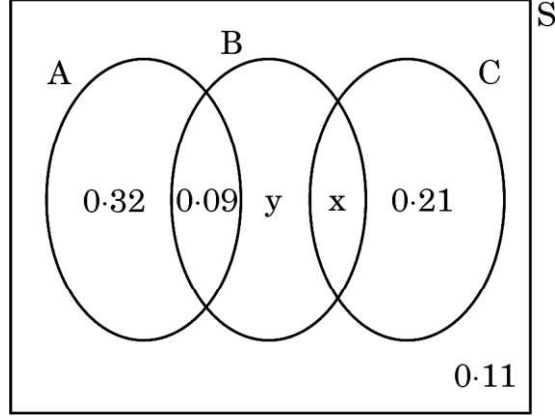
Case Study – 1

36. There are different types of Yoga which involve the usage of different poses of Yoga Asanas, Meditation and Pranayam as shown in the figure below :





नीचे दी गई वेन-आकृति में, एक सोसाइटी के लोगों द्वारा किए गए तीन विभिन्न प्रकार के योग A, B तथा C की प्रायिकताओं को दर्शाया गया है। यह भी दिया गया है कि एक सदस्य द्वारा C प्रकार के योग करने की प्रायिकता 0.44 है।



उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

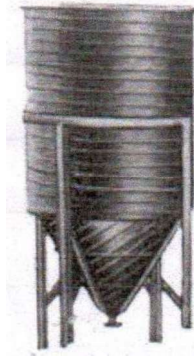
- (i) x का मान ज्ञात कीजिए। 1
- (ii) y का मान ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) $P\left(\frac{C}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (ख) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि सोसाइटी का एक यादृच्छया चुना गया सदस्य A या B प्रकार का योग करता है परन्तु C प्रकार का नहीं। 2

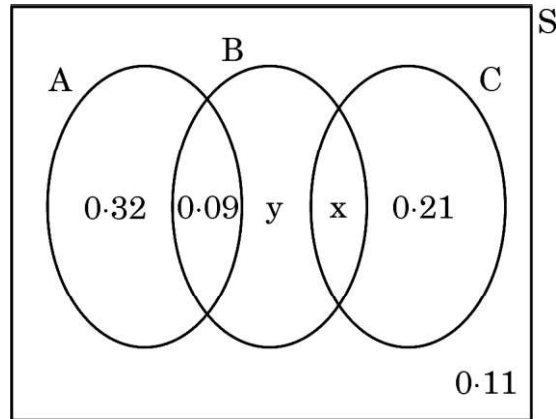
प्रकरण अध्ययन – 2

37. निम्न आकृति में दर्शाए गए टैंक, जो बेलन तथा शंकु को जोड़कर बने हैं, एक सीधे आधार वाले टैंक से पानी की अच्छी निकासी देते हैं।





The Venn diagram below represents the probabilities of three different types of Yoga, A, B and C performed by the people of a society. Further, it is given that probability of a member performing type C Yoga is 0.44.



On the basis of the above information, answer the following questions :

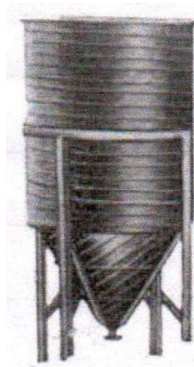
- (i) Find the value of x. 1
- (ii) Find the value of y. 1
- (iii) (a) Find $P\left(\frac{C}{B}\right)$. 2

OR

- (iii) (b) Find the probability that a randomly selected person of the society does Yoga of type A or B but not C. 2

Case Study - 2

37. A tank, as shown in the figure below, formed using a combination of a cylinder and a cone, offers better drainage as compared to a flat bottomed tank.





एक ऐसा टैंक, जिसका शंक्वाकार भाग पानी से भरा है, में एक नल लगाया गया तथा नल से $2 \text{ cm}^3/\text{s}$ की समान दर से पानी टपक रहा है। शंक्वाकार टैंक का अर्ध-शीर्ष कोण 45° है।

उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

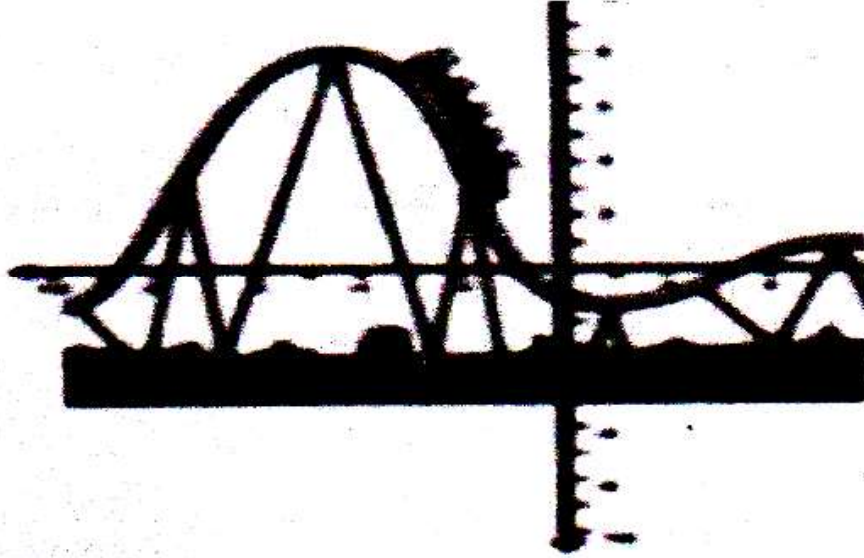
- (i) टैंक में पानी के आयतन को त्रिज्या r के पदों में व्यक्त कीजिए। 1
- (ii) उस समय जब $r = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ है, त्रिज्या के बदलने की दर ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (क) उस समय जब $r = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ है, शंक्वाकार टैंक के गीले तल के घटने की दर ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

- (iii) (ख) जब तिर्यक ऊँचाई 4 cm है, उस समय ऊँचाई 'h' के बदलने की दर ज्ञात कीजिए। 2

प्रकरण अध्ययन - 3

38. एक रोलर-कोस्टर द्वारा तय किया गया पथ बहुपद $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$ द्वारा प्रदत्त है। यदि यह रोलर-कोस्टर y -अक्ष को बिंदु $(0, -1)$ पर मिलता है, तो निम्न के उत्तर दीजिए :



- (i) 'a' का मान ज्ञात कीजिए। 2
- (ii) $x = 1$ पर $f''(x)$ ज्ञात कीजिए। 2





A tap is connected to such a tank whose conical part is full of water. Water is dripping out from a tap at the bottom at the uniform rate of $2 \text{ cm}^3/\text{s}$. The semi-vertical angle of the conical tank is 45° .

On the basis of given information, answer the following questions :

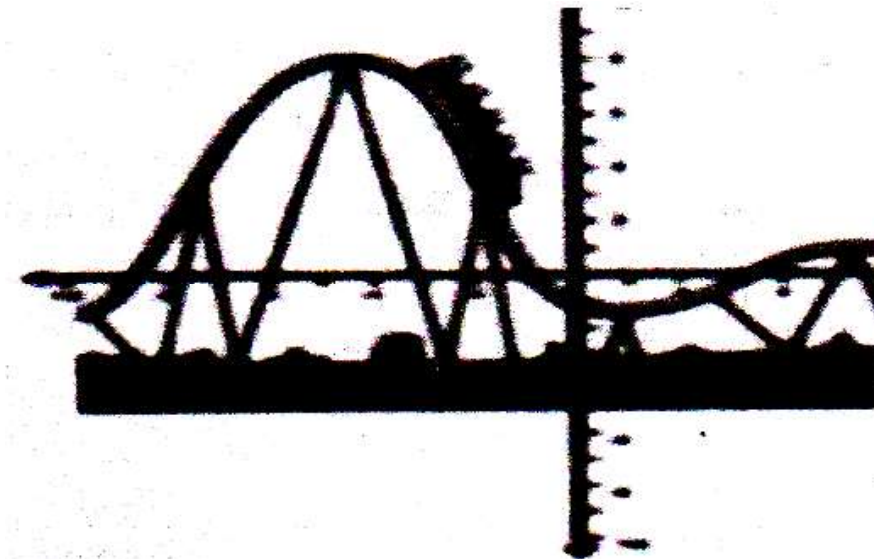
- (i) Find the volume of water in the tank in terms of its radius r . 1
- (ii) Find rate of change of radius at an instant when $r = 2\sqrt{2} \text{ cm}$. 1
- (iii) (a) Find the rate at which the wet surface of the conical tank is decreasing at an instant when radius $r = 2\sqrt{2} \text{ cm}$. 2

OR

- (iii) (b) Find the rate of change of height 'h' at an instant when slant height is 4 cm. 2

Case Study – 3

38. The equation of the path traced by a roller-coaster is given by the polynomial $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$. If the roller-coaster crosses y-axis at a point $(0, -1)$, answer the following :



- (i) Find the value of 'a'. 2
- (ii) Find $f''(x)$ at $x = 1$. 2





Series EF1GH/2



SET~1

रोल नं. Roll No.							

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/2/1**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

- (i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- (ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
Please check that this question paper contains 38 questions.
- (iv) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- (v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



65/2/1

254 A



Page 1

P.T.O.



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – खण्ड क, ख, ग, घ तथा ङ।
- (iii) खण्ड-क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं कारण आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड-ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड-ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड-घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड-ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक अध्ययन/केस/अनुच्छेद/एकीकृत इकाइयाँ मूल्यांकन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड-ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड-ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड-घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड-ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड – क

(बहुविकल्पीय प्रश्न)

प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।

1. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो A^{2023} बराबर है :

1

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & 2023 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2023 & 0 \\ 0 & 2023 \end{bmatrix}$





General Instructions :

Read the following instructions very carefully and follow them :

- (i) This Question Paper contains **38** questions. **All** questions are compulsory.
- (ii) Question paper is divided into **FIVE** Sections – Section **A, B, C, D** and **E**.
- (iii) In **Section A** – Question Nos. **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) and Question Nos. **19** & **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.
- (iv) In **Section B** – Question Nos. **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.
- (v) In **Section C** – Question Nos. **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.
- (vi) In **Section D** – Question Nos. **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions carrying **5** marks each.
- (vii) In **Section E** – Question Nos. **36** to **38** are source based/case based/passage based/integrated units of assessment questions carrying **4** marks each.
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **2** questions in Section **B**, **3** questions in Section **C**, **2** questions in Section **D** and **2** questions in Section **E**.
- (ix) Use of calculators is **NOT** allowed.

SECTION – A
(Multiple Choice Questions)
Each question carries 1 mark.

1. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, then A^{2023} is equal to **1**
- (A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & 2023 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- (C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2023 & 0 \\ 0 & 2023 \end{bmatrix}$





2. यदि $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = P + Q$ है, जहाँ P एक सममित आव्यूह है तथा Q एक विषम सममित आव्यूह है, तो Q बराबर है :

1

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & -5/2 \\ 5/2 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 5/2 \\ -5/2 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & -5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$

3. यदि $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & a & 1 \end{bmatrix}$ एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है तथा $a \in A$ है, तो समुच्चय A बराबर है :

1

(A) \mathbb{R}

(B) $\{0\}$

(C) $\{4\}$

(D) $\mathbb{R} - \{4\}$

4. यदि $|A| = |kA|$ है, जहाँ A कोटि 2 का वर्ग आव्यूह है, तो k के सभी संभव मानों का योगफल है :

1

(A) 1

(B) -1

(C) 2

(D) 0

5. यदि $\frac{d}{dx} [f(x)] = ax + b$ है तथा $f(0) = 0$ है, तो $f(x)$ बराबर है :

1

(A) $a + b$

(B) $\frac{ax^2}{2} + bx$

(C) $\frac{ax^2}{2} + bx + c$

(D) b

6. अवकल समीकरण $\sin x + \cos \left(\frac{dy}{dx} \right) = y^2$ की घात है :

1

(A) 2

(B) 1

(C) परिभाषित नहीं है।

(D) 0





2. If $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = P + Q$, where P is a symmetric and Q is a skew symmetric matrix, then Q is equal to 1
- (A) $\begin{bmatrix} 2 & 5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 0 & -5/2 \\ 5/2 & 0 \end{bmatrix}$
- (C) $\begin{bmatrix} 0 & 5/2 \\ -5/2 & 0 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & -5/2 \\ 5/2 & 4 \end{bmatrix}$
3. If $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & a & 1 \end{bmatrix}$ is non-singular matrix and $a \in A$, then the set A is 1
- (A) \mathbb{R} (B) $\{0\}$
- (C) $\{4\}$ (D) $\mathbb{R} - \{4\}$
4. If $|A| = |kA|$, where A is a square matrix of order 2, then sum of all possible values of k is 1
- (A) 1 (B) -1
- (C) 2 (D) 0
5. If $\frac{d}{dx} [f(x)] = ax + b$ and $f(0) = 0$, then $f(x)$ is equal to 1
- (A) $a + b$ (B) $\frac{ax^2}{2} + bx$
- (C) $\frac{ax^2}{2} + bx + c$ (D) b
6. Degree of the differential equation $\sin x + \cos \left(\frac{dy}{dx} \right) = y^2$ is 1
- (A) 2 (B) 1
- (C) not defined (D) 0





7. अवकल समीकरण $(1 - y^2) \frac{dx}{dy} + yx = ay$, $(-1 < y < 1)$ का समाकलन गुणक है : 1

- (A) $\frac{1}{y^2 - 1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}}$
(C) $\frac{1}{1 - y^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1 - y^2}}$

8. यदि P तथा Q के निर्देशांक क्रमशः $(2, 1, -1)$ तथा $(4, 4, -7)$ हैं, तो \vec{PQ} के अनुदिश मात्रक सदिश है : 1

- (A) $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ (B) $-2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$
(C) $\frac{-2\hat{i}}{7} - \frac{3\hat{j}}{7} + \frac{6\hat{k}}{7}$ (D) $\frac{2\hat{i}}{7} + \frac{3\hat{j}}{7} - \frac{6\hat{k}}{7}$

9. रेखाखण्ड AB के मध्यबिंदु का स्थिति सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ है। यदि बिंदु A का स्थिति सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ है, तो बिंदु B का स्थिति सदिश है : 1

- (A) $\frac{5\hat{i}}{2} + \frac{5\hat{j}}{2} - \frac{7\hat{k}}{2}$ (B) $4\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$
(C) $5\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}$ (D) $\frac{\hat{i}}{2} - \frac{\hat{j}}{2} + \frac{\hat{k}}{2}$

10. सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j}$ का सदिश $3\hat{i} - 2\hat{j}$ पर प्रक्षेप है : 1

- (A) 0 (B) 12
(C) $\frac{12}{\sqrt{13}}$ (D) $\frac{-12}{\sqrt{13}}$

11. बिंदु $(1, 1, 1)$ से होकर जाने वाली तथा z-अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण है : 1

- (A) $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$
(C) $\frac{x}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$ (D) $\frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{1}$





7. The integrating factor of the differential equation

$$(1 - y^2) \frac{dx}{dy} + yx = ay, \quad (-1 < y < 1) \text{ is} \quad 1$$

- (A) $\frac{1}{y^2 - 1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{y^2 - 1}}$
(C) $\frac{1}{1 - y^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1 - y^2}}$

8. Unit vector along \vec{PQ} , where coordinates of P and Q respectively are (2, 1, -1) and (4, 4, -7), is 1

- (A) $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ (B) $-2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$
(C) $\frac{-2\hat{i}}{7} - \frac{3\hat{j}}{7} + \frac{6\hat{k}}{7}$ (D) $\frac{2\hat{i}}{7} + \frac{3\hat{j}}{7} - \frac{6\hat{k}}{7}$

9. Position vector of the mid-point of line segment AB is $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$. If position vector of the point A is $2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, then position vector of the point B is 1

- (A) $\frac{5\hat{i}}{2} + \frac{5\hat{j}}{2} - \frac{7\hat{k}}{2}$ (B) $4\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$
(C) $5\hat{i} + 5\hat{j} - 7\hat{k}$ (D) $\frac{\hat{i}}{2} - \frac{\hat{j}}{2} + \frac{\hat{k}}{2}$

10. Projection of vector $2\hat{i} + 3\hat{j}$ on the vector $3\hat{i} - 2\hat{j}$ is 1

- (A) 0 (B) 12
(C) $\frac{12}{\sqrt{13}}$ (D) $\frac{-12}{\sqrt{13}}$

11. Equation of a line passing through point (1, 1, 1) and parallel to z-axis is 1

- (A) $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ (B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$
(C) $\frac{x}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$ (D) $\frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{1}$





12. यदि पासों के एक युग्म को उछालने पर आने वाली संख्याओं का योगफल 9 आता है, तो एक पासे पर आने वाली संख्या के 4 होने की प्रायिकता है :

1

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$
(C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{1}{2}$

13. x के सापेक्ष $\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$ का प्रतिअवकलज है :

1

- (A) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$ (B) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$
(C) $\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right| + c$ (D) $-\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right| + c$

14. यदि एक ΔABC के शीर्ष (a, b), (c, d) तथा (e, f) हैं तथा ΔABC का क्षेत्रफल Δ द्वारा निरूपित

क्रिया जाता है, तो $\begin{vmatrix} a & c & e \\ b & d & f \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}^2$ बराबर है :

1

- (A) $2\Delta^2$ (B) $4\Delta^2$
(C) 2Δ (D) 4Δ

15. फलन $f(x) = x|x|$, $x = 0$ पर

1

- (A) संतत तथा अवकलनीय है। (B) संतत है, परन्तु अवकलनीय नहीं है।
(C) अवकलनीय है, परन्तु संतत नहीं है। (D) न संतत और न ही अवकलनीय है।

16. यदि $\tan\left(\frac{x+y}{x-y}\right) = k$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

1

- (A) $\frac{-y}{x}$ (B) $\frac{y}{x}$
(C) $\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$ (D) $-\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$





12. If the sum of numbers obtained on throwing a pair of dice is 9, then the probability that number obtained on one of the dice is 4, is : 1
- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$
(C) $\frac{1}{18}$ (D) $\frac{1}{2}$
13. Anti-derivative of $\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1}$ with respect to x is 1
- (A) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$ (B) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + c$
(C) $\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right| + c$ (D) $-\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right| + c$
14. If (a, b), (c, d) and (e, f) are the vertices of ΔABC and Δ denotes the area of ΔABC , then $\begin{vmatrix} a & c & e \\ b & d & f \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}^2$ is equal to 1
- (A) $2\Delta^2$ (B) $4\Delta^2$
(C) 2Δ (D) 4Δ
15. The function $f(x) = x|x|$ is 1
- (A) continuous and differentiable at $x = 0$.
(B) continuous but not differentiable at $x = 0$.
(C) differentiable but not continuous at $x = 0$.
(D) neither differentiable nor continuous at $x = 0$.
16. If $\tan\left(\frac{x+y}{x-y}\right) = k$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to 1
- (A) $\frac{-y}{x}$ (B) $\frac{y}{x}$
(C) $\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$ (D) $-\sec^2\left(\frac{y}{x}\right)$





17. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के उद्देश्य फलन $Z = ax + by$ का (4, 6) पर अधिकतम मान 42 है तथा (3, 2) पर न्यूनतम मान 19 है, तो निम्न में से कौन सा सत्य है ?

1

(A) $a = 9, b = 1$

(B) $a = 5, b = 2$

(C) $a = 3, b = 5$

(D) $a = 5, b = 3$

18. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिंदु (0, 4), (8, 0) तथा $\left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\right)$ हैं। यदि इसका उद्देश्य फलन $Z = 30x + 24y$ है, तो (Z का अधिकतम मान – Z का न्यूनतम मान) बराबर है :

1

(A) 40

(B) 96

(C) 120

(D) 136

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

प्रश्न संख्या 19 एवं 20 में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क आधारित कथन (R) दिया है। प्रत्येक में निम्न चारों में से कोई एक सही विकल्प चुनिए :

(A) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं और कथन (R), कथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं, परन्तु कथन (R), कथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(C) (A) सत्य है, परन्तु (R) सत्य नहीं है।

(D) (A) असत्य है तथा (R) सत्य है।

19. अभिकथन (A) : $(\cos^{-1} x)^2$ का अधिकतम मान π^2 है।

1

तर्क (R) : $\cos^{-1}x$ की मुख्य मान शाखा का परिसर $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ है।

20. अभिकथन (A) : यदि एक रेखा निर्देशांक अक्षों की धनात्मक दिशाओं से α, β, γ के कोण बनाती है, तो $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$ है।

1

तर्क (R) : एक रेखा के दिक् कोसाइनो के वर्गों का योग 1 होता है।





17. The objective function $Z = ax + by$ of an LPP has maximum value 42 at (4, 6) and minimum value 19 at (3, 2). Which of the following is true ? 1
- (A) $a = 9, b = 1$ (B) $a = 5, b = 2$
(C) $a = 3, b = 5$ (D) $a = 5, b = 3$
18. The corner points of the feasible region of a linear programming problem are (0, 4), (8, 0) and $\left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\right)$. If $Z = 30x + 24y$ is the objective function, then (maximum value of Z – minimum value of Z) is equal to 1
- (A) 40 (B) 96
(C) 120 (D) 136

ASSERTION-REASON BASED QUESTIONS

In the following questions 19 & 20, a statement of Assertion (A) is followed by a statement of Reason (R).

Choose the correct answer out of the following choices :

- (A) Both (A) and (R) are true and (R) is the correct explanation of (A).
(B) Both (A) and (R) are true, but (R) is not the correct explanation of (A).
(C) (A) is true, but (R) is false.
(D) (A) is false, but (R) is true.
19. **Assertion (A) :** Maximum value of $(\cos^{-1} x)^2$ is π^2 . 1
Reason (R) : Range of the principal value branch of $\cos^{-1} x$ is $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
20. **Assertion (A) :** If a line makes angles α, β, γ with positive direction of the coordinate axes, then $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$. 1
Reason (R) : The sum of squares of the direction cosines of a line is 1.





खण्ड – ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}(\cos \pi) + \tan^{-1}(1)$ 2

अथवा

(b) $\cos^{-1} x$ का आलेख खींचिए जहाँ $x \in [-1, 0]$ तथा इसका परिसर भी लिखिए। 2

22. एक कण वक्र $3y = ax^3 + 1$ की दिशा में इस प्रकार चल रहा है कि एक बिंदु जिसका x -निर्देशांक 1 है, पर y -निर्देशांक इसके x -निर्देशांक की दुगुनी दर से बदल रहा है। a का मान ज्ञात कीजिए। 2

23. यदि \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} तीन ऐसे शून्येतर असमान सदिश हैं कि $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ है, तो \vec{a} तथा $\vec{b} - \vec{c}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

24. रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$ पर स्थित ऐसे बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जिनकी मूल बिंदु से दूरी $\sqrt{11}$ इकाई हो। 2

25. (a) यदि $y = \sqrt{ax+b}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$ 2

अथवा

(b) यदि $f(x) = \begin{cases} ax+b & ; 0 < x \leq 1 \\ 2x^2-x & ; 1 < x < 2 \end{cases}$ द्वारा दिया गया फलन $(0, 2)$ पर अवकलनीय है, तो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड – ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx$ 3

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \cos(x-\alpha)}}$ 3





SECTION – B

This section comprises Very Short Answer Type questions (VSA) of 2 marks each.

21. (a) Evaluate $\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}(\cos \pi) + \tan^{-1}(1)$. 2

OR

(b) Draw the graph of $\cos^{-1} x$, where $x \in [-1, 0]$. Also, write its range. 2

22. A particle moves along the curve $3y = ax^3 + 1$ such that at a point with x -coordinate 1, y -coordinate is changing twice as fast as x -coordinate. Find the value of a . 2

23. If \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} are three non-zero unequal vectors such that $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$, then find the angle between \vec{a} and $\vec{b} - \vec{c}$. 2

24. Find the coordinates of points on line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$ which are at a distance of $\sqrt{11}$ units from origin. 2

25. (a) If $y = \sqrt{ax + b}$, prove that $y\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$. 2

OR

(b) If $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; 0 < x \leq 1 \\ 2x^2 - x & ; 1 < x < 2 \end{cases}$ is a differentiable function in $(0, 2)$, then find the values of a and b . 2

SECTION – C

This section comprises Short Answer type questions (SA) of 3 marks each.

26. (a) Evaluate $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx$. 3

OR

(b) Find $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \cos(x - \alpha)}}$. 3





27. ज्ञात कीजिए : $\int e^{\cot^{-1} x} \left(\frac{1-x+x^2}{1+x^2} \right) dx$ 3

28. मान ज्ञात कीजिए : $\int_{\log \sqrt{2}}^{\log \sqrt{3}} \frac{1}{(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})} dx$ 3

29. (a) अवकल समीकरण $(xy - x^2) dy = y^2 dx$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । 3

अथवा

(b) अवकल समीकरण $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \sqrt{x^2 + 4}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । 3

30. (a) एक बर्तन, जिसमें लाल तथा हरी गेंदों की संख्या समान है, से यादृच्छया एक-एक करके प्रतिस्थापना सहित दो गेंदें निकाली जाती हैं । लाल गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । यादृच्छिक चर का माध्य भी ज्ञात कीजिए । 3

अथवा

(b) A और B बारी-बारी से एक पासे को उछालते रहते हैं जब तक कि उनमें से कोई एक पासे पर छः प्राप्त कर खेल को जीत नहीं लेता । यदि A खेल को शुरू करे, तो उनके जीतने की क्रमशः प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 3

31. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख से हल कीजिए : 3

$$\text{व्यवरोधों : } x + 2y \leq 120, x + y \geq 60, x - 2y \geq 0,$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

के अंतर्गत $Z = 5x + 10y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए ।





27. Find $\int e^{\cot^{-1}x} \left(\frac{1-x+x^2}{1+x^2} \right) dx.$ **3**

28. Evaluate $\int_{\log \sqrt{2}}^{\log \sqrt{3}} \frac{1}{(e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})} dx$ **3**

29. (a) Find the general solution of the differential equation :
 $(xy - x^2) dy = y^2 dx.$ **3**

OR

(b) Find the general solution of the differential equation :
 $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \sqrt{x^2 + 4}$ **3**

30. (a) Two balls are drawn at random one by one with replacement from an urn containing equal number of red balls and green balls. Find the probability distribution of number of red balls. Also, find the mean of the random variable. **3**

OR

(b) A and B throw a die alternately till one of them gets a '6' and wins the game. Find their respective probabilities of winning, if A starts the game first. **3**

31. Solve the following linear programming problem graphically : **3**

Minimize : $Z = 5x + 10y$

subject to constraints : $x + 2y \leq 120, x + y \geq 60, x - 2y \geq 0,$

$x \geq 0, y \geq 0$





खण्ड - घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (a) यदि $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ हैं, तो AB ज्ञात कीजिए तथा

इसके प्रयोग से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x - 2y = 3$$

$$2x - y - z = 2$$

$$-2y + z = 3$$

5

अथवा

(b) यदि $f(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $f(\alpha) \cdot f(-\beta) = f(\alpha - \beta)$

5

33. (a) समांतर चतुर्भुज PQRS जिसके शीर्ष P(4, 2, -6), Q(5, -3, 1), R(12, 4, 5) तथा S(11, 9, -2) हैं, के विकर्णों के समीकरण ज्ञात कीजिए तथा इनके प्रयोग से विकर्णों का प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए।

5

अथवा

(b) बिंदु (-1, 3, -2) से होकर जाने वाली तथा दोनों रेखाओं $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ तथा $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{5}$ के लंबवत, एक रेखा l का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। अतः इस रेखा की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए।

5

34. समाकलन के प्रयोग से रेखा $y = \sqrt{3}x$, वक्र $y = \sqrt{4-x^2}$ तथा प्रथम चतुर्थांश में y-अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

5

35. एक फलन $f: [-4, 4] \rightarrow [0, 4]$, $f(x) = \sqrt{16-x^2}$ द्वारा प्रदत्त है। दर्शाइए कि f एक आच्छादक फलन है, परन्तु एकैकी फलन नहीं है। इसके अतिरिक्त 'a' के वह सभी मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए $f(a) = \sqrt{7}$ है।

5





SECTION – D

This section comprises Long Answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. (a) If $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, then find AB and use it to solve the following system of equations :

$$x - 2y = 3$$

$$2x - y - z = 2$$

$$-2y + z = 3$$

5

OR

- (b) If $f(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, prove that $f(\alpha) \cdot f(-\beta) = f(\alpha - \beta)$

5

33. (a) Find the equations of the diagonals of the parallelogram PQRS whose vertices are P(4, 2, -6), Q(5, -3, 1), R(12, 4, 5) and S(11, 9, -2). Use these equations to find the point of intersection of diagonals.

5

OR

- (b) A line l passes through point $(-1, 3, -2)$ and is perpendicular to both the lines $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{5}$. Find the vector equation of the line l . Hence, obtain its distance from origin.

5

34. Using integration, find the area of region bounded by line $y = \sqrt{3}x$, the curve $y = \sqrt{4 - x^2}$ and y -axis in first quadrant.

5

35. A function $f: [-4, 4] \rightarrow [0, 4]$ is given by $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$. Show that f is an onto function but not a one-one function. Further, find all possible values of 'a' for which $f(a) = \sqrt{7}$.

5

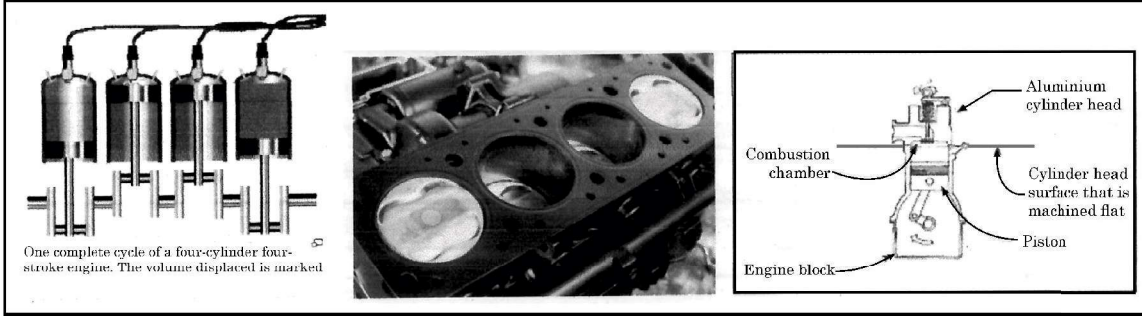




खण्ड – ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन/केस/अनुच्छेद/एकीकृत इकाइयाँ मूल्यांकन आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

36. एक पिस्टन इंजन में पिस्टनों के द्वारा बेलन में विस्थापित आयतन की माप को इंजन-विस्थापन कहा जाता है, जहाँ पिस्टन, बेलन के छिद्र में गति करता है।



$75 \pi \text{ cm}^2$ क्षेत्रफल की धातु की शीट से, एक ऊपर से खुला वृत्तीय बेलन बनाया जाता है, जो बेलन के छिद्र का कार्य करता है।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) यदि बेलन की त्रिज्या $r \text{ cm}$ तथा ऊँचाई $h \text{ cm}$ है तो बेलन के छिद्र के आयतन V को r में व्यक्त कीजिए। 1
- (ii) $\frac{dV}{dr}$ ज्ञात कीजिए। 1
- (iii) (a) बेलन की वह त्रिज्या ज्ञात कीजिए जब इसका आयतन अधिकतम हो। 2

अथवा

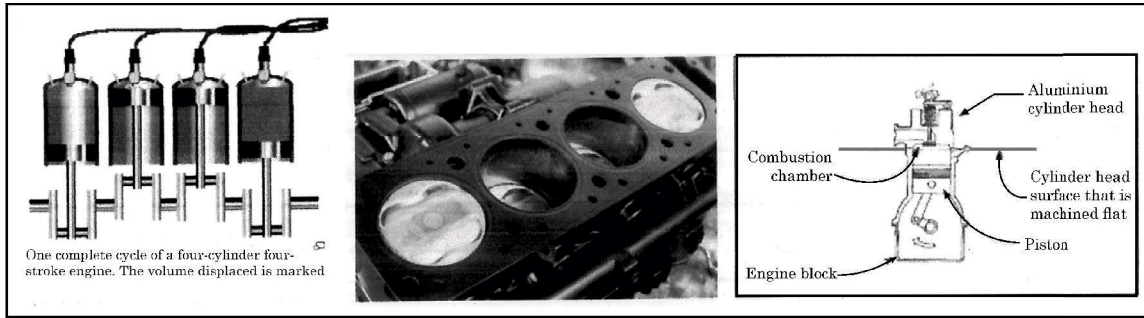
- (b) बताइए कि अधिकतम आयतन के लिए, $h > r$ एक सत्य कथन है अथवा नहीं। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए। 2





This section comprises 3 source based/case-based/passage based/integrated units of assessment questions of 4 marks each.

36. Engine displacement is the measure of the cylinder volume swept by all the pistons of a piston engine. The piston moves inside the cylinder bore



The cylinder bore in the form of circular cylinder open at the top is to be made from a metal sheet of area $75\pi \text{ cm}^2$.

Based on the above information, answer the following questions :

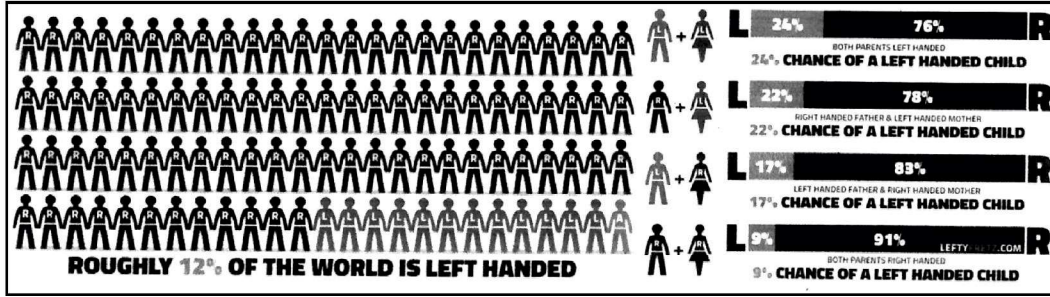
- (i) If the radius of cylinder is r cm and height is h cm, then write the volume V of cylinder in terms of radius r . 1
- (ii) Find $\frac{dV}{dr}$. 1
- (iii) (a) Find the radius of cylinder when its volume is maximum. 2

OR

- (b) For maximum volume, $h > r$. State true or false and justify. 2

37. आधुनिक अध्ययन यह सुझाते हैं कि दुनिया की आबादी में लगभग 12% लोग वामहस्तिक हैं ।





माता-पिता पर निर्भर करते हुए, बच्चे के वामहस्तिक होने के संयोग निम्न हैं :

- A : जब पिता तथा माता दोनों वामहस्तिक हों :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 24% हैं ।
- B : जब पिता दक्षिणहस्तिक तथा माता वामहस्तिक हो :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 22% हैं ।
- C : जब पिता वामहस्तिक तथा माता दक्षिणहस्तिक हो :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 17% हैं ।
- D : जब पिता व माता दोनों दक्षिणहस्तिक हों :
वामहस्तिक बच्चे के संयोग 9% हैं ।

यह मानते हुए कि $P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = \frac{1}{4}$ है तथा L उस घटना को दर्शाता है जहाँ बच्चा वामहस्तिक हो ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न ज्ञात कीजिए :

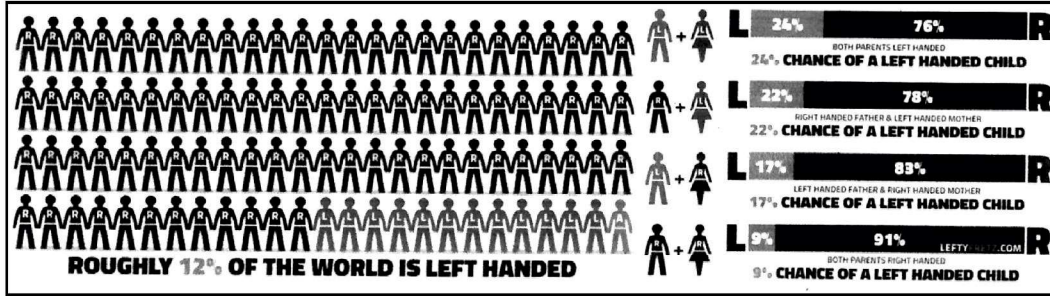
- (i) ज्ञात कीजिए : $P(L/C)$ 1
- (ii) ज्ञात कीजिए : $P(\bar{L}/A)$ 1
- (iii) (a) ज्ञात कीजिए : $P(A/L)$ 2

अथवा

- (b) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि एक यादृच्छया चुना गया बच्चा वामहस्तिक है जबकि दिया है माता-पिता में से मात्र एक वामहस्तिक है । 2

37. Recent studies suggest that roughly 12% of the world population is left handed.





Depending upon the parents, the chances of having a left handed child are as follows :

A : When both father and mother are left handed :

Chances of left handed child is 24%.

B : When father is right handed and mother is left handed :

Chances of left handed child is 22%.

C : When father is left handed and mother is right handed :

Chances of left handed child is 17%.

D : When both father and mother are right handed :

Chances of left handed child is 9%.

Assuming that $P(A) = P(B) = P(C) = P(D) = \frac{1}{4}$ and L denotes the event that child is left handed.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Find $P(L/C)$ 1
- (ii) Find $P(\bar{L}/A)$ 1
- (iii) (a) Find $P(A/L)$ 2

OR

- (b) Find the probability that a randomly selected child is left handed given that exactly one of the parents is left handed. 2

38. विद्युत वाहनों का प्रयोग अंत में वायु प्रदूषण पर नियंत्रण कर लेगा ।





विद्युत वाहनों का प्रयोग प्रति वर्ष बढ़ रहा है। किसी समय t पर प्रयोग में आ रहे विद्युत वाहनों का आकलन निम्न फलन V द्वारा दिया गया है :

$$V(t) = \frac{1}{5} t^3 - \frac{5}{2} t^2 + 25 t - 2$$

जहाँ t समय को निरूपित करता है तथा $t = 1, 2, 3, \dots$ क्रमशः वर्षों 2001, 2002, 2003, से संगत हैं।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) क्या वर्ष 2000 में प्रयोग हो रहे विद्युत वाहनों के आकलन में उपरोक्त फलन का प्रयोग किया जा सकता है ? औचित्य दीजिए। 2
- (ii) सिद्ध कीजिए कि प्रदत्त फलन $V(t)$ एक वर्धमान फलन है। 2





38. The use of electric vehicles will curb air pollution in the long run.



The use of electric vehicles is increasing every year and estimated electric vehicles in use at any time t is given by the function V :

$$V(t) = \frac{1}{5} t^3 - \frac{5}{2} t^2 + 25t - 2$$

where t represents the time and $t = 1, 2, 3, \dots$ corresponds to year 2001, 2002, 2003, respectively.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Can the above function be used to estimate number of vehicles in the year 2000 ? Justify. 2
- (ii) Prove that the function $V(t)$ is an increasing function. 2
-







Series EF1GH/3



SET~1

रोल नं.							
Roll No.							

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/3/1**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

- (i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- (ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
Please check that this question paper contains 38 questions.
- (iv) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- (v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.





सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & x \\ z & 2 & y \\ -3 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है, तो $x + y + z$ का मान है :

- | | |
|--------|-------|
| (a) 10 | (b) 6 |
| (c) 8 | (d) 0 |

2. यदि $A \cdot (\text{adj } A) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो $|A| + |\text{adj } A|$ का मान बराबर है :

- | | |
|--------|--------|
| (a) 12 | (b) 9 |
| (c) 3 | (d) 27 |





General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- (i) This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.
- (ii) This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.
- (iii) In **Section A**, Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.
- (iv) In **Section B**, Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.
- (v) In **Section C**, Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.
- (vi) In **Section D**, Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.
- (vii) In **Section E**, Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.
- (viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.
- (ix) Use of calculators is **not** allowed.

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & x \\ z & 2 & y \\ -3 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix, then the value of $x + y + z$

is :

- | | |
|--------|-------|
| (a) 10 | (b) 6 |
| (c) 8 | (d) 0 |

2. If $A \cdot (\text{adj } A) = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then the value of $|A| + |\text{adj } A|$ is equal to :

- | | |
|--------|--------|
| (a) 12 | (b) 9 |
| (c) 3 | (d) 27 |





3. A तथा B दोनों समान कोटि के विषम-सममित आव्यूह हैं। AB सममित होगा, यदि :

- (a) $AB = O$ (b) $AB = -BA$
(c) $AB = BA$ (d) $BA = O$

4. $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ के किस मान के लिए $A + A' = \sqrt{3} I$ है, जहाँ $A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}$ है ?

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) 0 (d) $\frac{\pi}{2}$

5. माना एक त्रिभुज जिसके शीर्ष (x_1, y_1) , (x_2, y_2) तथा (x_3, y_3) हैं, का क्षेत्रफल A है। निम्न में से कौन-सा सही है ?

- (a) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm A$ (b) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm 2A$
(c) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm \frac{A}{2}$ (d) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 = A^2$

6. $\int 2^{x+2} dx$ बराबर है :

- (a) $2^{x+2} + C$ (b) $2^{x+2} \log 2 + C$
(c) $\frac{2^{x+2}}{\log 2} + C$ (d) $2 \cdot \frac{2^x}{\log 2} + C$





3. A and B are skew-symmetric matrices of same order. AB is symmetric, if :

- (a) $AB = O$ (b) $AB = -BA$
(c) $AB = BA$ (d) $BA = O$

4. For what value of $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, is $A + A' = \sqrt{3} I$, where

$$A = \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix} ?$$

- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$
(c) 0 (d) $\frac{\pi}{2}$

5. Let A be the area of a triangle having vertices (x_1, y_1) , (x_2, y_2) and (x_3, y_3) . Which of the following is correct ?

- (a) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm A$ (b) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm 2A$
(c) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \pm \frac{A}{2}$ (d) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 = A^2$

6. $\int 2^{x+2} dx$ is equal to :

- (a) $2^{x+2} + C$ (b) $2^{x+2} \log 2 + C$
(c) $\frac{2^{x+2}}{\log 2} + C$ (d) $2 \cdot \frac{2^x}{\log 2} + C$





7. $\int \frac{2 \cos 2x - 1}{1 + 2 \sin x} dx$ बराबर है :

(a) $x - 2 \cos x + C$

(b) $x + 2 \cos x + C$

(c) $-x - 2 \cos x + C$

(d) $-x + 2 \cos x + C$

8. अवकल समीकरण $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0$ का हल है :

(a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = C$

(b) $\log x - \log y = C$

(c) $xy = C$

(d) $x + y = C$

9. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} \sin y + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 \cos y = \sqrt{y}$ की कोटि तथा घात का गुणनफल क्या है ?

(a) 3

(b) 2

(c) 6

(d) परिभाषित नहीं

10. यदि एक सदिश x -अक्ष तथा y -अक्ष दोनों की धनात्मक दिशाओं से $\frac{\pi}{4}$ के कोण बनाता है, तो इसके द्वारा z -अक्ष की धनात्मक दिशा से बनने वाला कोण है :

(a) $\frac{\pi}{4}$

(b) $\frac{3\pi}{4}$

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) 0

11. \vec{a} तथा \vec{b} ऐसे दो शून्येतर सदिश हैं कि \vec{a} का \vec{b} पर प्रक्षेप शून्य है। \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण है :

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) π

(c) $\frac{\pi}{4}$

(d) 0





7. $\int \frac{2 \cos 2x - 1}{1 + 2 \sin x} dx$ is equal to :

- (a) $x - 2 \cos x + C$ (b) $x + 2 \cos x + C$
(c) $-x - 2 \cos x + C$ (d) $-x + 2 \cos x + C$

8. The solution of the differential equation $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0$ is :

- (a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = C$ (b) $\log x - \log y = C$
(c) $xy = C$ (d) $x + y = C$

9. What is the product of the order and degree of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} \sin y + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 \cos y = \sqrt{y} ?$$

- (a) 3 (b) 2
(c) 6 (d) not defined

10. If a vector makes an angle of $\frac{\pi}{4}$ with the positive directions of both x-axis and y-axis, then the angle which it makes with positive z-axis is :

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{3\pi}{4}$
(c) $\frac{\pi}{2}$ (d) 0

11. \vec{a} and \vec{b} are two non-zero vectors such that the projection of \vec{a} on \vec{b} is 0. The angle between \vec{a} and \vec{b} is :

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) π
(c) $\frac{\pi}{4}$ (d) 0





12. ΔABC में, $\vec{AB} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{AC} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ हैं। यदि BC का मध्य-बिन्दु D है, तो सदिश \vec{AD} बराबर है :
- (a) $4\hat{i} + 6\hat{k}$ (b) $2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$
(c) $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ (d) $2\hat{i} + 3\hat{k}$
13. λ का वह मान जिसके लिए रेखाओं $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + p(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ तथा $\vec{r} = (1+q)\hat{i} + (1+q\lambda)\hat{j} + (1+q)\hat{k}$ के बीच का कोण $\frac{\pi}{2}$ है, है :
- (a) -4 (b) 4
(c) 2 (d) -2
14. यदि $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ तथा $P(\bar{A}) = \frac{3}{4}$ है, तो $P\left(\frac{B}{A}\right)$ बराबर है :
- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$
15. k का वह मान जिसके लिए फलन $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ kx, & x < 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर अवकलनीय है, है :
- (a) 1 (b) 2
(c) कोई भी वास्तविक संख्या (d) 0
16. यदि $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :
- (a) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ (b) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$
(c) $\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right|$ (d) $-\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right|$





12. In ΔABC , $\vec{AB} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{AC} = 3\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$. If D is mid-point of BC, then vector \vec{AD} is equal to :

- (a) $4\hat{i} + 6\hat{k}$ (b) $2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$
(c) $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ (d) $2\hat{i} + 3\hat{k}$

13. The value of λ for which the angle between the lines

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} + p(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (1 + q)\hat{i} + (1 + q\lambda)\hat{j} + (1 + q)\hat{k} \text{ is } \frac{\pi}{2} \text{ is :}$$

- (a) -4 (b) 4
(c) 2 (d) -2

14. If $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ and $P(\bar{A}) = \frac{3}{4}$, then $P\left(\frac{B}{A}\right)$ is equal to :

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$

15. The value of k for which function $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ kx, & x < 0 \end{cases}$ is differentiable at $x = 0$ is :

- (a) 1 (b) 2
(c) any real number (d) 0

16. If $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

- (a) $-\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ (b) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$
(c) $\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right|$ (d) $-\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right|$





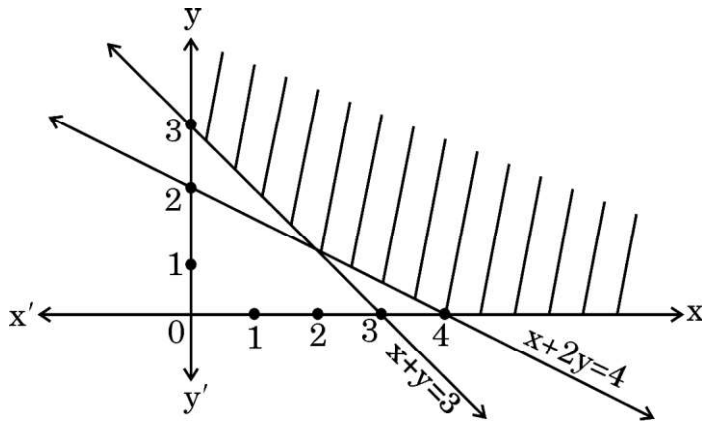
17. रैखिक प्रोग्रामन समस्या, $z = 15x + 30y$ का अधिकतमीकरण निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत कीजिए :

$$3x + y \leq 12, \quad x + 2y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

के कितने सुसंगत हल हैं ?

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) असंख्य

18. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत क्षेत्र नीचे आरेख में दर्शाया गया है :



निम्न में से कौन-से व्यवरोध सम्भव हैं ?

- (a) $x + 2y \geq 4, x + y \leq 3, x \geq 0, y \geq 0$
(b) $x + 2y \leq 4, x + y \leq 3, x \geq 0, y \geq 0$
(c) $x + 2y \geq 4, x + y \geq 3, x \geq 0, y \geq 0$
(d) $x + 2y \geq 4, x + y \geq 3, x \leq 0, y \leq 0$

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

- (a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।
(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।
(c) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है।
(d) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है।





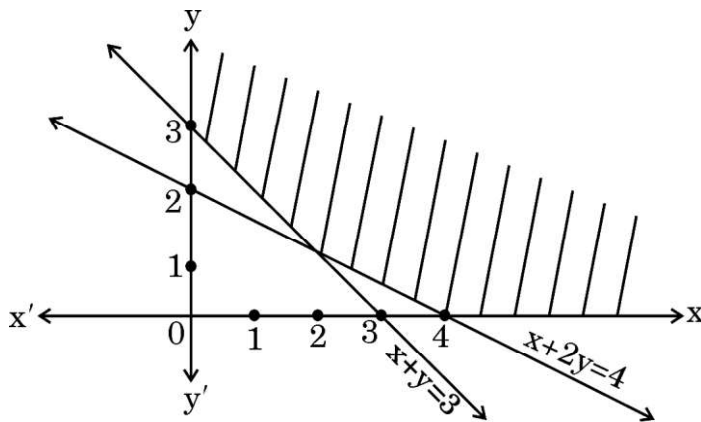
17. The number of feasible solutions of the linear programming problem given as

Maximize $z = 15x + 30y$ subject to constraints :

$3x + y \leq 12$, $x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ is

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) infinite

18. The feasible region of a linear programming problem is shown in the figure below :



Which of the following are the possible constraints ?

- (a) $x + 2y \geq 4$, $x + y \leq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
(b) $x + 2y \leq 4$, $x + y \leq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
(c) $x + 2y \geq 4$, $x + y \geq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
(d) $x + 2y \geq 4$, $x + y \geq 3$, $x \leq 0$, $y \leq 0$

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.
(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.





19. अभिकथन (A) : $[\sin^{-1} x + 2 \cos^{-1} x]$ का परिसर $[0, \pi]$ है ।

तर्क (R) : $\sin^{-1} x$ की मुख्य मान शाखा का परिसर $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ है ।

20. अभिकथन (A) : बिन्दुओं $(4, 7, 8)$ तथा $(2, 3, 4)$ से होकर जाने वाली रेखा, बिन्दुओं $(-1, -2, 1)$ तथा $(1, 2, 5)$ से होकर जाने वाली रेखा के समांतर है ।

तर्क (R) : रेखाएँ $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$ तथा $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$ परस्पर समांतर हैं यदि $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 = 0$ है ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. यदि $\vec{r} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$ है, तो $(\vec{r} \times \hat{j}) \cdot (\vec{r} \times \hat{k}) - 12$ का मान ज्ञात कीजिए ।

22. यदि रेखाओं $\frac{x-5}{\alpha} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+\frac{24}{5}}{\beta}$ तथा $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}$ के बीच का कोण $\frac{\pi}{4}$ है, तो α तथा β के बीच का संबंध ज्ञात कीजिए ।

23. यदि $f(x) = a(\tan x - \cot x)$, जहाँ $(a > 0)$ है, तो ज्ञात कीजिए कि अपने प्रान्त में $f(x)$ एक वर्धमान अथवा हासमान फलन है ।

24. (क) $3 \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2 \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}(0)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) $f(x) = \sin^{-1} x$, $x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ का आलेख खींचिए । इस फलन $f(x)$ का परिसर भी लिखिए ।





19. Assertion (A) : Range of $[\sin^{-1} x + 2 \cos^{-1} x]$ is $[0, \pi]$.

Reason (R) : Principal value branch of $\sin^{-1} x$ has range $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

20. Assertion (A) : A line through the points (4, 7, 8) and (2, 3, 4) is parallel to a line through the points (-1, -2, 1) and (1, 2, 5).

Reason (R): Lines $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$ and $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$ are parallel if $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 = 0$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. If $\vec{r} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$, find the value of $(\vec{r} \times \hat{j}) \cdot (\vec{r} \times \hat{k}) - 12$.

22. If the angle between the lines $\frac{x-5}{\alpha} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+\frac{24}{5}}{\beta}$ and $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{1}$ is $\frac{\pi}{4}$, find the relation between α and β .

23. If $f(x) = a(\tan x - \cot x)$, where $a > 0$, then find whether $f(x)$ is increasing or decreasing function in its domain.

24. (a) Evaluate : $3 \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2 \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}(0)$

OR

(b) Draw the graph of $f(x) = \sin^{-1} x$, $x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$. Also, write range of $f(x)$.





25. (क) यदि $y = x^{\frac{1}{x}}$ है, तो $x = 1$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) यदि $x = a \sin 2t$, $y = a(\cos 2t + \log \tan t)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. (क) अवकल समीकरण $\frac{d}{dx}(xy^2) = 2y(1+x^2)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $xe^{\frac{y}{x}} - y + x \frac{dy}{dx} = 0$ को हल कीजिए ।

27. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{4-x}} dx$$

28. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^e \frac{1}{\sqrt{4x^2 - (x \log x)^2}} dx$$

29. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\cos x}{\sin 3x} dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int x^2 \log(x^2 + 1) dx$$





25. (a) If $y = x^{\frac{1}{x}}$, then find $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1$.

OR

(b) If $x = a \sin 2t$, $y = a(\cos 2t + \log \tan t)$, then find $\frac{dy}{dx}$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Find the general solution of the differential equation :

$$\frac{d}{dx}(xy^2) = 2y(1 + x^2)$$

OR

(b) Solve the following differential equation :

$$xe^{\frac{y}{x}} - y + x \frac{dy}{dx} = 0$$

27. Evaluate :

$$\int_1^3 \frac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{4-x}} dx$$

28. Evaluate :

$$\int_1^e \frac{1}{\sqrt{4x^2 - (x \log x)^2}} dx$$

29. (a) Find :

$$\int \frac{\cos x}{\sin 3x} dx$$

OR

(b) Find :

$$\int x^2 \log(x^2 + 1) dx$$





30. आलेखीय विधि से,
व्यवरोधों

$$\begin{aligned}x + y &\leq 200, \\x &\geq 20, \\y &\geq 4x, \\y &\geq 0\end{aligned}$$

के अंतर्गत उद्देश्य फलन $z = 500x + 400y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

31. (क) पासों के एक युग्म को एक साथ उछाला गया । यदि दोनों पासों पर आई संख्याओं के निरपेक्ष अंतर को X द्वारा निरूपित किया गया है, तो X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए ।

अथवा

- (ख) दो सिक्कों में से एक अभिनत सिक्का इस प्रकार का है कि $P(\text{चित}) : P(\text{पट}) = 1 : 3$ है, जबकि दूसरा सिक्का न्याय्य (अनभिनत) सिक्का है । एक सिक्का यादृच्छया चुना जाता है तथा उछाला जाता है । यदि इस सिक्के पर चित आया, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह अभिनत सिक्का है ।

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. दर्शाइए कि फलन $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, जो कि $f(x) = \frac{5x-3}{4}$ द्वारा परिभाषित है, एकैकी तथा आच्छादक दोनों है ।
33. दिया है कि रेखा $y = mx$ ($m > 0$), वक्र $x^2 + y^2 = 4$ तथा x -अक्ष द्वारा घिरे प्रथम चतुर्थांश में क्षेत्र का क्षेत्रफल $\frac{\pi}{2}$ इकाई है । समाकलन के प्रयोग से, m का मान ज्ञात कीजिए ।

34. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = O$.

अथवा

- (ख) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए तथा इसके प्रयोग से समीकरण निकाय $3x + 5y = 11$, $2x - 7y = -3$ को हल कीजिए ।





30. Determine graphically the minimum value of the following objective function :

$$z = 500x + 400y$$

subject to constraints

$$x + y \leq 200,$$

$$x \geq 20,$$

$$y \geq 4x,$$

$$y \geq 0.$$

31. (a) A pair of dice is thrown simultaneously. If X denotes the absolute difference of numbers obtained on the pair of dice, then find the probability distribution of X .

OR

- (b) There are two coins. One of them is a biased coin such that $P(\text{head}) : P(\text{tail})$ is $1 : 3$ and the other coin is a fair coin. A coin is selected at random and tossed once. If the coin showed head, then find the probability that it is a biased coin.

SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. Show that a function $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined as $f(x) = \frac{5x-3}{4}$ is both one-one and onto.

33. The area of the region bounded by the line $y = mx$ ($m > 0$), the curve $x^2 + y^2 = 4$ and the x -axis in the first quadrant is $\frac{\pi}{2}$ units. Using integration, find the value of m .

34. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, then show that $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = O$.

OR

- (b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$, then find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$$3x + 5y = 11, \quad 2x - 7y = -3.$$





35. (क) b का वह मान ज्ञात कीजिए जिससे रेखाएँ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z-3}{4}$ तथा $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ परस्पर प्रतिच्छेदी रेखाएँ हों। इन दी गई रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

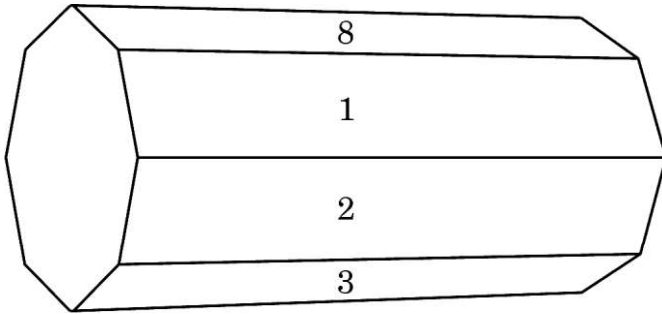
- (ख) एक समांतर चतुर्भुज ABCD जिसके शीर्ष $A(4, 7, 8)$, $B(2, 3, 4)$, $C(-1, -2, 1)$ तथा $D(1, 2, 5)$ हैं, की सभी भुजाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए। अतः बिन्दु A से CD पर डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. अष्टभुजाकार प्रिज़्म, एक तीन विमाओं वाली बहुफलक है, जो कि दो अष्टभुजाकार आधारों तथा आठ आयताकार फलकों से घिरा है। इसमें 24 किनारे तथा 16 शीर्ष हैं।



इस प्रिज़्म को आयताकार फलकों की दिशा में लुढ़काया गया तथा नीचे वाले फलक (जो भूमि को स्पर्श करता है) पर लिखी संख्या नोट की गई। माना नीचे आने वाले फलकों की संख्या को X से निरूपित किया गया और निम्न सारणी X का प्रायिकता बंटन दर्शाती है।

X :	1	2	3	4	5	6	7	8
P(X) :	p	2p	2p	p	2p	p ²	2p ²	7p ² + p





35. (a) Find the value of b so that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ are intersecting lines. Also, find the point of intersection of these given lines.

OR

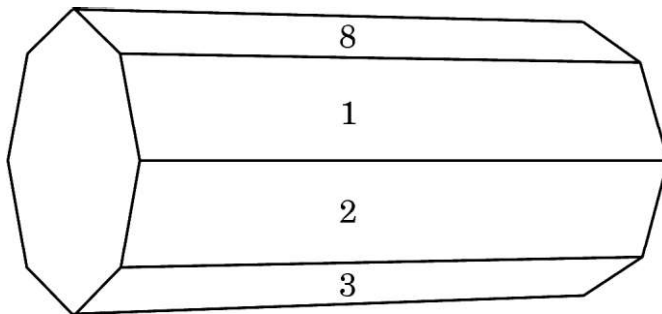
- (b) Find the equations of all the sides of the parallelogram ABCD whose vertices are $A(4, 7, 8)$, $B(2, 3, 4)$, $C(-1, -2, 1)$ and $D(1, 2, 5)$. Also, find the coordinates of the foot of the perpendicular from A to CD.

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. An octagonal prism is a three-dimensional polyhedron bounded by two octagonal bases and eight rectangular side faces. It has 24 edges and 16 vertices.



The prism is rolled along the rectangular faces and number on the bottom face (touching the ground) is noted. Let X denote the number obtained on the bottom face and the following table give the probability distribution of X .

$X :$	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X) :$	p	$2p$	$2p$	p	$2p$	p^2	$2p^2$	$7p^2 + p$





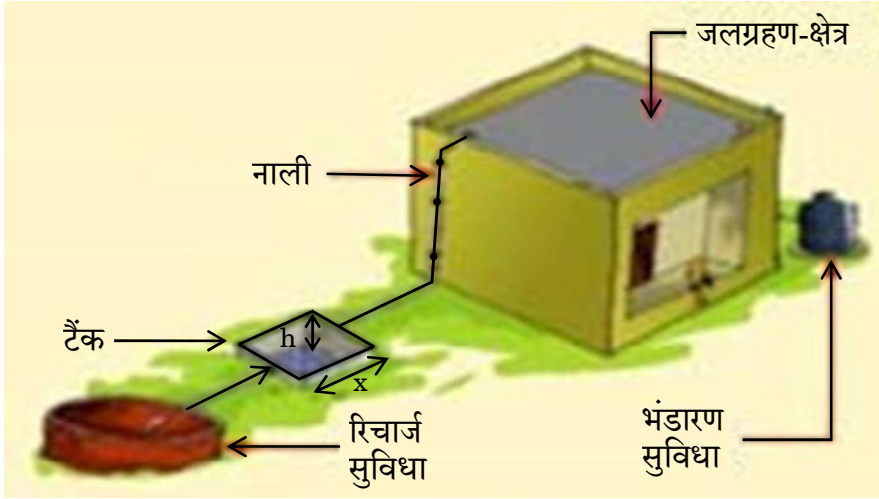
उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) p का मान ज्ञात कीजिए । 1
- (ii) $P(X > 6)$ ज्ञात कीजिए । 1
- (iii) (क) $P(X = 3m)$ ज्ञात कीजिए जहाँ m एक प्राकृत संख्या है । 2
- अथवा**
- (iii) (ख) माध्य $E(X)$ ज्ञात कीजिए । 2

प्रकरण अध्ययन – 2

37. बारिश के पानी को एकत्र करने के लिए एक गड्ढा (टैंक) खोदना है। यह टैंक वर्गाकार आधार का होना चाहिए तथा इसका आयतन 250 m^3 चाहिए। भूमि का मूल्य ₹ 5,000 प्रति वर्ग मीटर है तथा इसे खोदने का खर्च इसकी गहराई के अनुसार बढ़ता जाता है तथा पूरे टैंक के लिए यह खर्च ₹ $40,000 h^2$ है, जहाँ h टैंक की मीटरों में गहराई है। टैंक के वर्गाकार आधार की भुजा x मीटर है।

एक विशिष्ट वर्षा जल संग्रहण व्यवस्था के तत्त्व



उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) टैंक को खोदने का कुल खर्च (C), x के पदों में ज्ञात कीजिए । 1
- (ii) $\frac{dC}{dx}$ ज्ञात कीजिए । 1
- (iii) (क) x का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए खर्च C न्यूनतम हो । 2
- अथवा**
- (iii) (ख) जाँच कीजिए कि खर्च फलन $C(x)$, जो कि x के पदों में व्यक्त है, वर्धमान है या नहीं, जहाँ $x > 0$ है । 2





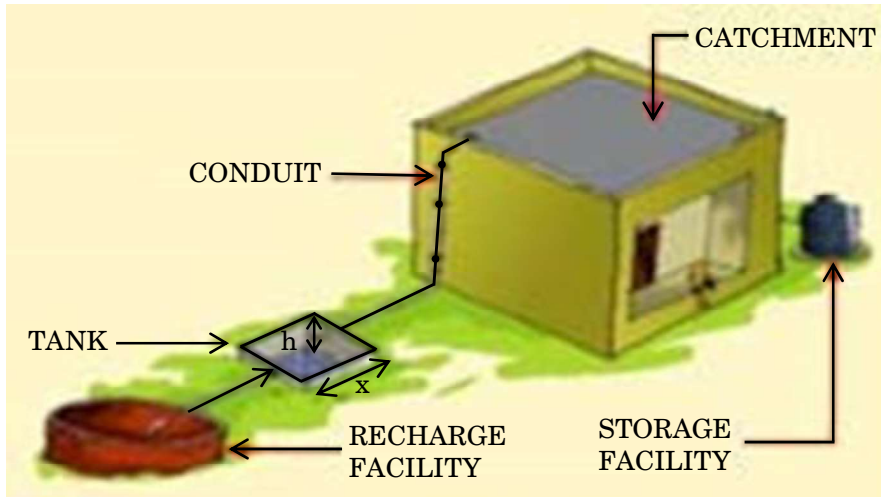
Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Find the value of p . 1
 - (ii) Find $P(X > 6)$. 1
 - (iii) (a) Find $P(X = 3m)$, where m is a natural number. 2
- OR**
- (iii) (b) Find the mean $E(X)$. 2

Case Study – 2

- 37.** In order to set up a rain water harvesting system, a tank to collect rain water is to be dug. The tank should have a square base and a capacity of 250 m^3 . The cost of land is ₹ 5,000 per square metre and cost of digging increases with depth and for the whole tank, it is ₹ $40,000 h^2$, where h is the depth of the tank in metres. x is the side of the square base of the tank in metres.

ELEMENTS OF A TYPICAL RAIN WATER HARVESTING SYSTEM



Based on the above information, answer the following questions :

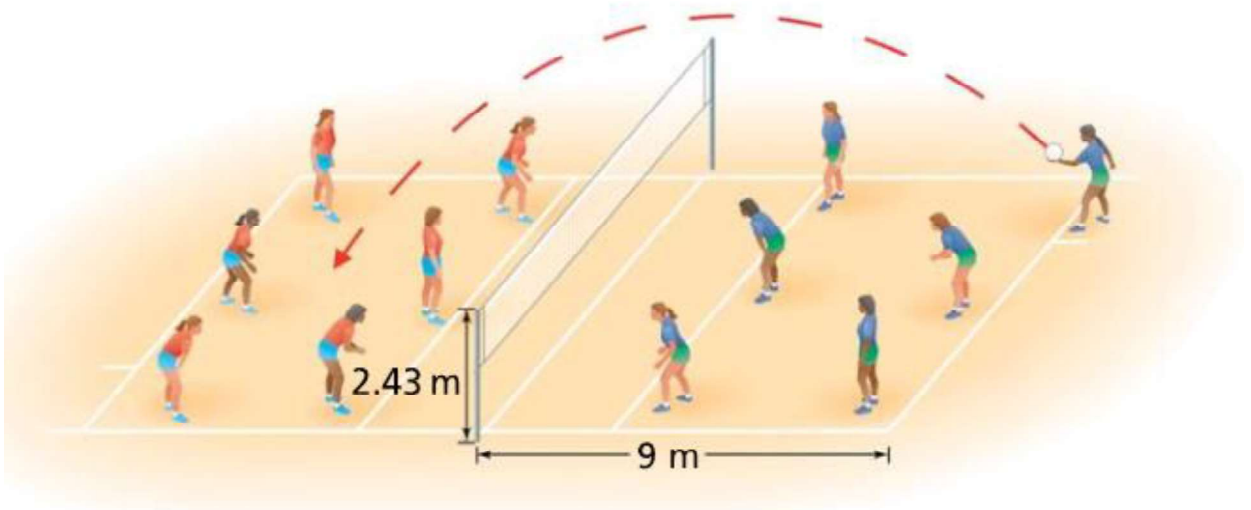
- (i) Find the total cost C of digging the tank in terms of x . 1
 - (ii) Find $\frac{dC}{dx}$. 1
 - (iii) (a) Find the value of x for which cost C is minimum. 2
- OR**
- (iii) (b) Check whether the cost function $C(x)$ expressed in terms of x is increasing or not, where $x > 0$. 2





प्रकरण अध्ययन - 3

38. एक वॉलीबॉल का खिलाड़ी बॉल से सर्विस करता है, तो यह बॉल एक परवलय का पथ लेती है, जो निम्न समीकरण द्वारा प्रदत्त है : $h(t) = -\frac{7}{2}t^2 + \frac{13}{2}t + 1$, जहाँ $h(t)$ बॉल की किसी समय t (सेकंड में) पर ऊँचाई है, ($t \geq 0$).



उपर्युक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

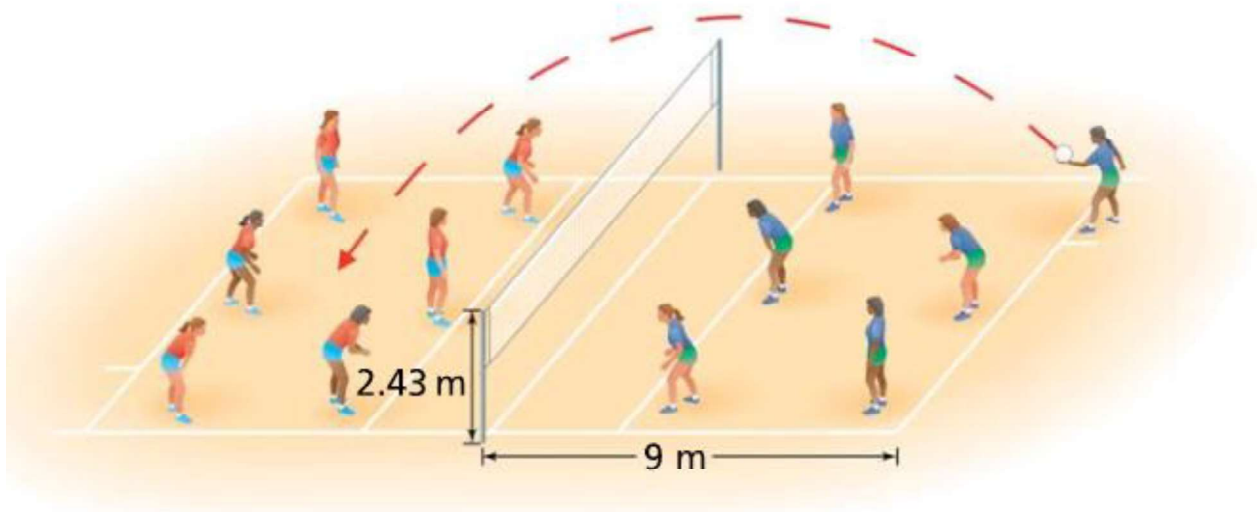
- (i) क्या $h(t)$ एक संतत फलन है ? औचित्य दीजिए । 2
- (ii) वह समय ज्ञात कीजिए जब बॉल की ऊँचाई अधिकतम हो । 2





Case Study – 3

38. A volleyball player serves the ball which takes a parabolic path given by the equation $h(t) = -\frac{7}{2}t^2 + \frac{13}{2}t + 1$, where $h(t)$ is the height of ball at any time t (in seconds), ($t \geq 0$).



Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Is $h(t)$ a continuous function ? Justify. 2
- (ii) Find the time at which the height of the ball is maximum. 2





Series EF1GH/4



SET~1

रोल नं.							
Roll No.							

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/4/1**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

- (i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- (ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
Please check that this question paper contains 38 questions.
- (iv) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- (v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.





सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख्ती से पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) यह प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – क, ख, ग, घ एवं ङ।
- (iii) खण्ड क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि $x \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$ है, तो :

- | | |
|---------------------|--------------------|
| (a) $x = 1, y = 2$ | (b) $x = 2, y = 1$ |
| (c) $x = 1, y = -1$ | (d) $x = 3, y = 2$ |

2. गुणनफल $\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$ बराबर है :

- | | |
|--|--|
| (a) $\begin{bmatrix} a^2 + b^2 & 0 \\ 0 & a^2 + b^2 \end{bmatrix}$ | (b) $\begin{bmatrix} (a+b)^2 & 0 \\ (a+b)^2 & 0 \end{bmatrix}$ |
| (c) $\begin{bmatrix} a^2 + b^2 & 0 \\ a^2 + b^2 & 0 \end{bmatrix}$ | (d) $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ |





3. यदि A एक वर्ग आव्यूह है और $A^2 = A$ है, तो $(I + A)^2 - 3A$ बराबर है :

- (a) I (b) A
(c) 2A (d) 3I

4. यदि आव्यूह $A = [1 \ 2 \ 3]$ है, तो आव्यूह AA' है (जहाँ A' आव्यूह A का परिवर्त है) :

- (a) 14 (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (d) [14]

5. $\begin{vmatrix} x+y & y+z & z+x \\ z & x & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ का मान है :

- (a) 0 (b) 1
(c) $x + y + z$ (d) $2(x + y + z)$

6. फलन $f(x) = |x|$

- (a) हर जगह संतत व अवकलनीय है ।
(b) कहीं भी संतत व अवकलनीय नहीं है ।
(c) हर जगह संतत है, परन्तु $x = 0$ को छोड़कर शेष हर जगह अवकलनीय है ।
(d) हर जगह संतत है, परन्तु अवकलनीय कहीं भी नहीं है ।

7. यदि $y = \sin^2(x^3)$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

- (a) $2 \sin x^3 \cos x^3$ (b) $3x^3 \sin x^3 \cos x^3$
(c) $6x^2 \sin x^3 \cos x^3$ (d) $2x^2 \sin^2(x^3)$





3. If A is a square matrix and $A^2 = A$, then $(I + A)^2 - 3A$ is equal to :

- (a) I (b) A
(c) 2A (d) 3I

4. If a matrix $A = [1 \ 2 \ 3]$, then the matrix AA' (where A' is the transpose of A) is :

- (a) 14 (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ (d) [14]

5. The value of $\begin{vmatrix} x+y & y+z & z+x \\ z & x & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ is

- (a) 0 (b) 1
(c) $x + y + z$ (d) $2(x + y + z)$

6. The function $f(x) = |x|$ is

- (a) continuous and differentiable everywhere.
(b) continuous and differentiable nowhere.
(c) continuous everywhere, but differentiable everywhere except at $x = 0$.
(d) continuous everywhere, but differentiable nowhere.

7. If $y = \sin^2(x^3)$, then $\frac{dy}{dx}$ is equal to :

- (a) $2 \sin x^3 \cos x^3$ (b) $3x^3 \sin x^3 \cos x^3$
(c) $6x^2 \sin x^3 \cos x^3$ (d) $2x^2 \sin^2(x^3)$





8. $\int e^{5 \log x} dx$ बराबर है :

- (a) $\frac{x^5}{5} + C$ (b) $\frac{x^6}{6} + C$
(c) $5x^4 + C$ (d) $6x^5 + C$

9. यदि $\int_0^a 3x^2 dx = 8$ है, तो 'a' का मान है :

- (a) 2 (b) 4
(c) 8 (d) 10

10. अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ को हल करने के लिए समाकलन गुणक है :

- (a) e^{-y} (b) e^{-x}
(c) x (d) $\frac{1}{x}$

11. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x \sin\left(\frac{dy}{dx}\right)$ के कोटि व घात (यदि परिभाषित हैं)

क्रमशः हैं :

- (a) 2, 2 (b) 1, 3
(c) 2, 3 (d) 2, घात परिभाषित नहीं

12. सदिश $4\hat{i} - 3\hat{k}$ की दिशा में एक मात्रक सदिश है :

- (a) $\frac{1}{7}(4\hat{i} - 3\hat{k})$
(b) $\frac{1}{5}(4\hat{i} - 3\hat{k})$
(c) $\frac{1}{\sqrt{7}}(4\hat{i} - 3\hat{k})$
(d) $\frac{1}{\sqrt{5}}(4\hat{i} - 3\hat{k})$





8. $\int e^{5 \log x} dx$ is equal to :

- (a) $\frac{x^5}{5} + C$ (b) $\frac{x^6}{6} + C$
(c) $5x^4 + C$ (d) $6x^5 + C$

9. If $\int_0^a 3x^2 dx = 8$, then the value of 'a' is :

- (a) 2 (b) 4
(c) 8 (d) 10

10. The integrating factor for solving the differential equation $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ is :

- (a) e^{-y} (b) e^{-x}
(c) x (d) $\frac{1}{x}$

11. The order and degree (if defined) of the differential equation,

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) \text{ respectively are :}$$

- (a) 2, 2 (b) 1, 3
(c) 2, 3 (d) 2, degree not defined

12. A unit vector along the vector $4\hat{i} - 3\hat{k}$ is :

- (a) $\frac{1}{7}(4\hat{i} - 3\hat{k})$
(b) $\frac{1}{5}(4\hat{i} - 3\hat{k})$
(c) $\frac{1}{\sqrt{7}}(4\hat{i} - 3\hat{k})$
(d) $\frac{1}{\sqrt{5}}(4\hat{i} - 3\hat{k})$





13. यदि दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण θ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b} \geq 0$ केवल तब होगा, जब :

- (a) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ (b) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
(c) $0 < \theta < \pi$ (d) $0 \leq \theta \leq \pi$

14. बिंदु (p, q, r) की y -अक्ष से दूरी है :

- (a) q (b) $|q|$
(c) $|q| + |r|$ (d) $\sqrt{p^2 + r^2}$

15. असमिका $3x + 5y < 7$ का हल समुच्चय है :

- (a) रेखा $3x + 5y = 7$ पर स्थित बिंदुओं को छोड़कर शेष पूरा xy -तल
(b) रेखा $3x + 5y = 7$ पर स्थित बिंदुओं के साथ पूरा xy -तल
(c) रेखा $3x + 5y = 7$ पर स्थित बिंदुओं को छोड़कर वह खुला आधा तल जिसमें मूल-बिंदु भी है।
(d) वह खुला आधा तल जिसमें मूल-बिंदु नहीं है।

16. निम्नलिखित में से कौन-सा बिंदु निम्न दोनों असमिकाओं को संतुष्ट करता है ?
 $2x + y \leq 10$ तथा $x + 2y \geq 8$

- (a) $(-2, 4)$ (b) $(3, 2)$
(c) $(-5, 6)$ (d) $(4, 2)$

17. यदि एक रेखा के दिक्-कोसाइन $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{a}, \frac{1}{a}\right)$ हैं, तो :

- (a) $0 < a < 1$ (b) $a > 2$
(c) $a > 0$ (d) $a = \pm\sqrt{3}$





13. If θ is the angle between two vectors \vec{a} and \vec{b} , then $\vec{a} \cdot \vec{b} \geq 0$ only when :

(a) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

(b) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

(c) $0 < \theta < \pi$

(d) $0 \leq \theta \leq \pi$

14. Distance of the point (p, q, r) from y -axis is :

(a) q

(b) $|q|$

(c) $|q| + |r|$

(d) $\sqrt{p^2 + r^2}$

15. The solution set of the inequation $3x + 5y < 7$ is :

(a) whole xy -plane except the points lying on the line $3x + 5y = 7$.

(b) whole xy -plane along with the points lying on the line $3x + 5y = 7$.

(c) open half plane containing the origin except the points of line $3x + 5y = 7$.

(d) open half plane not containing the origin.

16. Which of the following points satisfies both the inequations $2x + y \leq 10$ and $x + 2y \geq 8$?

(a) $(-2, 4)$

(b) $(3, 2)$

(c) $(-5, 6)$

(d) $(4, 2)$

17. If the direction cosines of a line are $\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{a}, \frac{1}{a}\right)$, then :

(a) $0 < a < 1$

(b) $a > 2$

(c) $a > 0$

(d) $a = \pm\sqrt{3}$





18. A के सच बोलने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है, जबकि B के सच बोलने की प्रायिकता $\frac{3}{4}$ है। एक ही तथ्य को बताते समय उन दोनों के परस्पर विरोधी कथन देने की प्रायिकता है :

(a) $\frac{7}{20}$

(b) $\frac{1}{5}$

(c) $\frac{3}{20}$

(d) $\frac{4}{5}$

प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है। दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए।

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(c) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है।

(d) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है।

19. अभिकथन (A) : सभी त्रिकोणमितीय फलनों के अपने प्रान्त में व्युत्क्रम होते हैं।

तर्क (R) : $\tan^{-1} x$ के किसी $x \in \mathbb{R}$ के लिए व्युत्क्रम का अस्तित्व है।

20. अभिकथन (A) : रेखाएँ $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$ तथा $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$ परस्पर लंबवत् हैं, जब $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 = 0$ है।

तर्क (R) : रेखाओं $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$ तथा $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$ के बीच का कोण θ ,

$$\cos \theta = \frac{\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2}{|\vec{b}_1| |\vec{b}_2|}$$
 द्वारा प्रदत्त है।





18. The probability that A speaks the truth is $\frac{4}{5}$ and that of B speaking the truth is $\frac{3}{4}$. The probability that they contradict each other in stating the same fact is :
- (a) $\frac{7}{20}$ (b) $\frac{1}{5}$
(c) $\frac{3}{20}$ (d) $\frac{4}{5}$

Questions number 19 and 20 are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.

- (a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).
(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is **not** the correct explanation of the Assertion (A).
(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.
(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.
19. Assertion (A) : All trigonometric functions have their inverses over their respective domains.

Reason (R) : The inverse of $\tan^{-1} x$ exists for some $x \in \mathbb{R}$.

20. Assertion (A) : The lines $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$ and $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$ are perpendicular, when $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 = 0$.

Reason (R) : The angle θ between the lines $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$ and $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$ is given by $\cos \theta = \frac{\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2}{|\vec{b}_1| |\vec{b}_2|}$





खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. (क) $y = \sin^{-1}(x^2 - 4)$ का प्रान्त ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos^{-1}\left[\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right)\right]$$

22. यदि $(x^2 + y^2)^2 = xy$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

23. $f(x) = 5 + \sin 2x$ द्वारा प्रदत्त फलन के अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

24. यदि सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ का सदिश $p\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ पर प्रक्षेप $\frac{1}{3}$ है, तो p का/के मान ज्ञात कीजिए।

25. (क) बिन्दु $(2, 1, 3)$ से होकर जाने वाली तथा रेखाओं $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$;
 $\frac{x}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$ दोनों के लंबवत् एक रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) एक रेखा के समीकरण $5x - 3 = 15y + 7 = 3 - 10z$ हैं। इस रेखा के दिक्-कोसाइन लिखिए तथा इस पर स्थित एक बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।





SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find the domain of $y = \sin^{-1}(x^2 - 4)$.

OR

- (b) Evaluate :

$$\cos^{-1}\left[\cos\left(-\frac{7\pi}{3}\right)\right]$$

22. If $(x^2 + y^2)^2 = xy$, then find $\frac{dy}{dx}$.

23. Find the maximum and minimum values of the function given by $f(x) = 5 + \sin 2x$.

24. If the projection of the vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ on the vector $p\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ is $\frac{1}{3}$, then find the value(s) of p .

25. (a) Find the vector equation of the line passing through the point $(2, 1, 3)$ and perpendicular to both the lines

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}; \quad \frac{x}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5}.$$

OR

- (b) The equations of a line are $5x - 3 = 15y + 7 = 3 - 10z$. Write the direction cosines of the line and find the coordinates of a point through which it passes.





खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2 (x+2)} dx$$

27. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} e^{2x} \left(\frac{1 - \sin 2x}{1 - \cos 2x} \right) dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^2 \frac{x^2}{1 + 5^x} dx$$

28. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4e^x - e^{2x}}} dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x} \cos^5 x dx$$

29. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}$, $y(1) = 0$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।





SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Find :

$$\int \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2 (x+2)} dx$$

27. (a) Evaluate :

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} e^{2x} \left(\frac{1 - \sin 2x}{1 - \cos 2x} \right) dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_{-2}^2 \frac{x^2}{1 + 5^x} dx$$

28. (a) Find :

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{5 - 4e^x - e^{2x}}} dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin x} \cos^5 x dx$$

29. (a) Find the particular solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{x}, \quad y(1) = 0.$$

OR

(b) Find the general solution of the differential equation

$$e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0.$$





30. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

$$\text{व्यवरोधों} \quad x + 2y \leq 8,$$

$$3x + 2y \leq 12,$$

$$x, y \geq 0$$

के अंतर्गत $z = -3x + 4y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

31. 30 बल्बों की एक ढेरी में से, जिसमें 6 बल्ब खराब हैं, 2 बल्बों का एक नमूना यादृच्छया एक-एक करके प्रतिस्थापन सहित निकाला गया । खराब बल्बों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए, अतः खराब बल्बों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए ।

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए । व्युत्क्रम A^{-1} के प्रयोग से, रैखिक समीकरण निकाय $x - y + 2z = 1$; $2y - 3z = 1$; $3x - 2y + 4z = 3$ को हल कीजिए ।

33. समाकलन के प्रयोग से, परवलय $y^2 = 4ax$ तथा इसके नाभिलंब से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

34. (क) यदि N , सभी प्राकृत संख्याओं के समुच्चय को निर्धारित करता है तथा $N \times N$ में एक संबंध R , इस प्रकार परिभाषित है कि $(a, b) R (c, d)$, यदि $ad(b + c) = bc(a + d)$. दर्शाइए कि R एक तुल्यता संबंध है ।

अथवा

(ख) माना $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{3x+4}$ द्वारा परिभाषित एक फलन है । दर्शाइए कि f एक एकैकी फलन है । यह भी जाँच कीजिए कि f एक आच्छादक फलन है या नहीं ।





30. Solve the following linear programming problem graphically :

$$\text{Minimise : } z = -3x + 4y$$

subject to the constraints

$$x + 2y \leq 8,$$

$$3x + 2y \leq 12,$$

$$x, y \geq 0.$$

31. From a lot of 30 bulbs which include 6 defective bulbs, a sample of 2 bulbs is drawn at random one by one with replacement. Find the probability distribution of the number of defective bulbs and hence find the mean number of defective bulbs.

SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. Find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$. Using the inverse,

A^{-1} , solve the system of linear equations

$$x - y + 2z = 1; \quad 2y - 3z = 1; \quad 3x - 2y + 4z = 3.$$

33. Using integration, find the area of the region bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and its latus rectum.

34. (a) If N denotes the set of all natural numbers and R is the relation on $N \times N$ defined by $(a, b) R (c, d)$, if $ad(b + c) = bc(a + d)$. Show that R is an equivalence relation.

OR

(b) Let $f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{4}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ be a function defined as $f(x) = \frac{4x}{3x + 4}$. Show

that f is a one-one function. Also, check whether f is an onto function or not.





35. (क) दर्शाइए कि निम्नलिखित रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेदी नहीं हैं :

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5}; \quad \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$$

अथवा

(ख) रेखाओं $2x = 3y = -z$ तथा $6x = -y = -4z$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन - 1

36. माना $f(x)$ एक वास्तविक मान वाला फलन है । तो इसका

- बाएँ पक्ष का अवकलज (L.H.D.) : $Lf'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h) - f(a)}{-h}$
- दाएँ पक्ष का अवकलज (R.H.D.) : $Rf'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

साथ ही, एक फलन $f(x)$, $x = a$ पर अवकलनीय कहलाता है यदि $x = a$ पर इसके L.H.D. और R.H.D. का अस्तित्व है तथा दोनों समान हैं ।

$$\text{फलन } f(x) = \begin{cases} |x-3|, & x \geq 1 \\ \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \frac{13}{4}, & x < 1 \end{cases}$$

के लिए निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- | | |
|---|---|
| (i) $f(x)$ का $x = 1$ पर दाएँ पक्ष का अवकलज (R.H.D.) क्या है ? | 1 |
| (ii) $f(x)$ का $x = 1$ पर बाएँ पक्ष का अवकलज (L.H.D.) क्या है ? | 1 |
| (iii) (क) जाँच कीजिए कि क्या $x = 1$ पर फलन $f(x)$ अवकलनीय है । | 2 |

अथवा

- | | |
|--|---|
| (iii) (ख) $f'(2)$ तथा $f'(-1)$ ज्ञात कीजिए । | 2 |
|--|---|





35. (a) Show that the following lines do not intersect each other :

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5}; \quad \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$$

OR

(b) Find the angle between the lines

$$2x = 3y = -z \text{ and } 6x = -y = -4z.$$

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study - 1

36. Let $f(x)$ be a real valued function. Then its

- Left Hand Derivative (L.H.D.) : $Lf'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-h) - f(a)}{-h}$
- Right Hand Derivative (R.H.D.) : $Rf'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

Also, a function $f(x)$ is said to be differentiable at $x = a$ if its L.H.D. and R.H.D. at $x = a$ exist and both are equal.

$$\text{For the function } f(x) = \begin{cases} |x-3|, & x \geq 1 \\ \frac{x^2}{4} - \frac{3x}{2} + \frac{13}{4}, & x < 1 \end{cases}$$

answer the following questions :

- (i) What is R.H.D. of $f(x)$ at $x = 1$? 1
- (ii) What is L.H.D. of $f(x)$ at $x = 1$? 1
- (iii) (a) Check if the function $f(x)$ is differentiable at $x = 1$. 2

OR

- (iii) (b) Find $f'(2)$ and $f'(-1)$. 2





प्रकरण अध्ययन - 2

37. एक भवन बनाने वाला ठेकेदार, एक प्लॉट पर 4 फ्लैट तथा पार्किंग क्षेत्र का काम लेता है। हड़ताल के कारण बहुत से श्रमिकों के काम पर न आ पाने की प्रायिकता 0.65 है। बहुत से श्रमिकों के न होने पर भी कार्य के समय पर पूरा हो जाने की प्रायिकता 0.35 है। सभी श्रमिकों के काम पर आने पर कार्य समय पर पूरा होने की प्रायिकता 0.80 है।

माना : E_1 : निरूपित करता है उस घटना को जब बहुत से श्रमिक काम पर नहीं आए;

E_2 : निरूपित करता है वह घटना जब सभी श्रमिक काम पर आए; और

E : निरूपित करता है कि कार्य समय पर पूरा हो जाता है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (i) सभी श्रमिकों के काम पर आने की प्रायिकता क्या है ? 1
- (ii) कार्य समय पर पूरा हो जाने की प्रायिकता क्या है ? 1
- (iii) (क) दिया गया है कि कार्य समय पर पूरा हो गया, तो बहुत से श्रमिकों के काम पर न आने की प्रायिकता क्या है ? 2

अथवा

- (iii) (ख) दिया गया है कि कार्य समय पर पूरा हो गया, तो सभी श्रमिकों के काम पर उपस्थित होने की प्रायिकता क्या है ? 2





Case Study – 2

37. A building contractor undertakes a job to construct 4 flats on a plot along with parking area. Due to strike the probability of many construction workers not being present for the job is 0.65. The probability that many are not present and still the work gets completed on time is 0.35. The probability that work will be completed on time when all workers are present is 0.80.

Let : E_1 : represent the event when many workers were not present for the job;

E_2 : represent the event when all workers were present; and

E : represent completing the construction work on time.

Based on the above information, answer the following questions :

- (i) What is the probability that all the workers are present for the job ? 1
- (ii) What is the probability that construction will be completed on time ? 1
- (iii) (a) What is the probability that many workers are not present given that the construction work is completed on time ? 2

OR

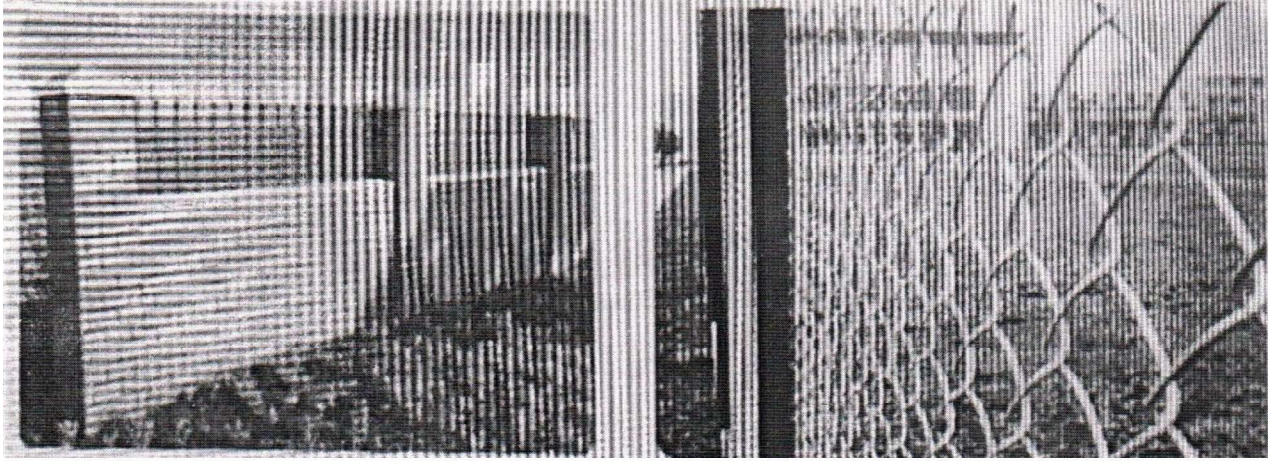
- (iii) (b) What is the probability that all workers were present given that the construction job was completed on time ? 2





प्रकरण अध्ययन – 3

38. सूरज के पिता एक ईंटों की दीवार को एक साइड लेकर, एक आयताकार बाग बनाना चाहते हैं जिसकी बाकी तीन साइडों पर तार की बाड़ लगाना चाहते हैं (जैसा चित्र में दिखाया है)। उसके पास बाड़ के लिए 200 मीटर की तार है।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

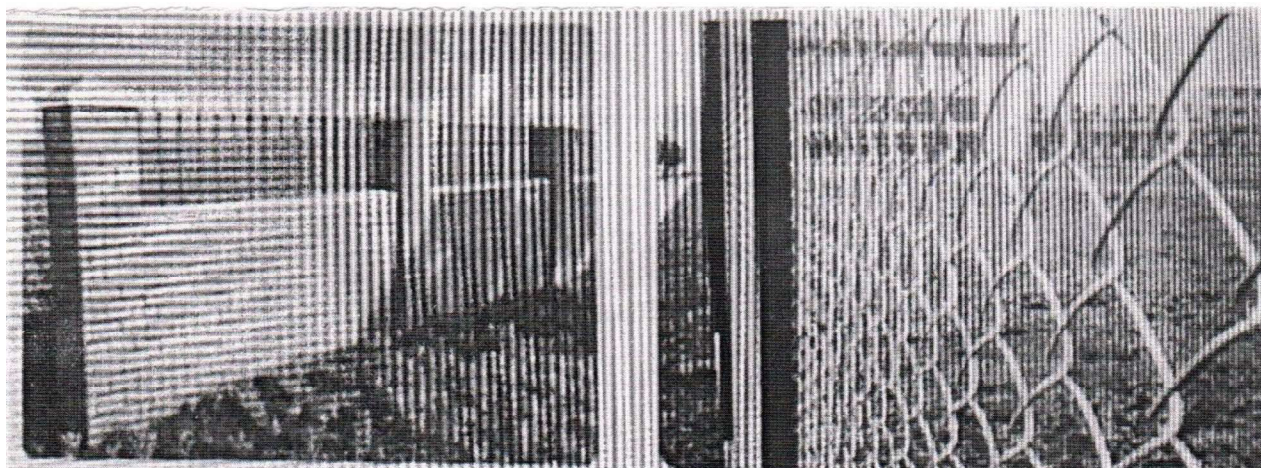
- (i) माना बाग में ईंट की दीवार के लंबवत् साइड की लंबाई 'x' मीटर है तथा ईंट की दीवार के समांतर साइड की लंबाई 'y' मीटर है। कुल लगने वाली तार की लंबाई का सूत्र (संबंध) ज्ञात कीजिए तथा बाग का क्षेत्रफल $A(x)$ भी लिखिए। 2
- (ii) $A(x)$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए। 2





Case Study – 3

38. Sooraj's father wants to construct a rectangular garden using a brick wall on one side of the garden and wire fencing for the other three sides as shown in the figure. He has 200 metres of fencing wire.



Based on the above information, answer the following questions :

- (i) Let 'x' metres denote the length of the side of the garden perpendicular to the brick wall and 'y' metres denote the length of the side parallel to the brick wall. Determine the relation representing the total length of fencing wire and also write $A(x)$, the area of the garden. 2
- (ii) Determine the maximum value of $A(x)$. 2





Series EF1GH/5



SET~1

रोल नं. Roll No.							

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/5/1**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 80

Maximum Marks : 80

नोट / NOTE :

- (i) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं।
Please check that this question paper contains 23 printed pages.
- (ii) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- (iii) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं।
Please check that this question paper contains 38 questions.
- (iv) कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.
- (v) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.



65/5/1

265 A

Page 1

P.T.O.



सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका पालन कीजिए :

- (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न-पत्र पाँच खण्डों में विभाजित है – खण्ड-क, ख, ग, घ तथा ङ।
- (iii) खण्ड – क में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित एक-एक अंक के प्रश्न हैं।
- (iv) खण्ड – ख में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु उत्तरीय प्रकार के दो-दो अंकों के प्रश्न हैं।
- (v) खण्ड – ग में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु उत्तरीय प्रकार के तीन-तीन अंकों के प्रश्न हैं।
- (vi) खण्ड – घ में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय प्रकार के पाँच-पाँच अंकों के प्रश्न हैं।
- (vii) खण्ड – ङ में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित चार-चार अंकों के प्रश्न हैं। प्रत्येक में एक-एक अंक के दो प्रश्न तथा दो अंक का एक प्रश्न है। आंतरिक विकल्प 2 अंकों के प्रश्न में दिया गया है।
- (viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड – ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड – ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड – घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड – ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।
- (ix) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।





General Instructions :

Read the following instructions very carefully and follow them :

- (i) *This question paper contains 38 questions. All questions are compulsory.*
- (ii) *Question paper is divided into FIVE Sections – Section A, B, C, D and E.*
- (iii) *In Section A – Question Number 1 to 18 are Multiple Choice Questions (MCQ) type and Question Number 19 & 20 are Assertion-Reason based questions of 1 mark each.*
- (iv) *In Section B – Question Number 21 to 25 are Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.*
- (v) *In Section C – Question Number 26 to 31 are Short Answer (SA) type questions, carrying 3 marks each.*
- (vi) *In Section D – Question Number 32 to 35 are Long Answer (LA) type questions carrying 5 marks each.*
- (vii) *In Section E – Question Number 36 to 38 are case study based questions carrying 4 marks each where 2 VSA type questions are of 1 mark each and 1 SA type question is of 2 marks. Internal choice is provided in 2 marks question in each case-study.*
- (viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section – B, 3 questions in Section – C, 2 questions in Section – D and 2 questions in Section – E.*
- (ix) *Use of calculators is NOT allowed.*





खण्ड – क
(बहुविकल्पीय प्रश्न)
प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है।

दिए गए चार विकल्पों में से सही विकल्प का चयन कीजिए :

1. माना $A = \{3, 5\}$ है, तो A में स्वतुल्य संबंधों की संख्या है :
(a) 2 (b) 4
(c) 0 (d) 8

2. $\sin \left[\frac{\pi}{3} + \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) \right]$ का मान है :
(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

3. एक वर्ग आव्यूह A के लिए यदि $A^2 - A + I = O$ है, तो A^{-1} बराबर है :
(a) A (b) $A + I$
(c) $I - A$ (d) $A - I$

4. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $A = B^2$ है, तो x बराबर है :
(a) ± 1 (b) -1
(c) 1 (d) 2

5. यदि $\begin{vmatrix} \alpha & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$ है, तो α का मान है :
(a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4





SECTION – A
(Multiple Choice Questions)

Each question carries 1 mark.

Select the correct option out of the four given options :

1. Let $A = \{3, 5\}$. Then number of reflexive relations on A is

- (a) 2 (b) 4
(c) 0 (d) 8

2. $\sin \left[\frac{\pi}{3} + \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) \right]$ is equal to

- (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

3. If for a square matrix A , $A^2 - A + I = O$, then A^{-1} equals

- (a) A (b) $A + I$
(c) $I - A$ (d) $A - I$

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A = B^2$, then x equals

- (a) ± 1 (b) -1
(c) 1 (d) 2

5. If $\begin{vmatrix} \alpha & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$, then the value of α is

- (a) 1 (b) 2
(c) 3 (d) 4





6. x^{2x} का x के सापेक्ष अवकलज है :

- (a) x^{2x-1} (b) $2x^{2x} \log x$
(c) $2x^{2x}(1 + \log x)$ (d) $2x^{2x}(1 - \log x)$

7. फलन $f(x) = [x]$, जहाँ $[x]$ महत्तम पूर्णांक जो कि x से छोटा या x के समान है, संतत है :

- (a) $x = 1$ पर (b) $x = 1.5$ पर
(c) $x = -2$ पर (d) $x = 4$ पर

8. यदि $x = A \cos 4t + B \sin 4t$ है, तो $\frac{d^2x}{dt^2}$ बराबर है :

- (a) x (b) $-x$
(c) $16x$ (d) $-16x$

9. फलन $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 1$ जिस अंतराल में हासमान है, वह है :

- (a) $(-1, \infty)$ (b) $(-2, -1)$
(c) $(-\infty, -2)$ (d) $[-1, 1]$

10. $\int \frac{\sec x}{\sec x - \tan x} dx$ बराबर है :

- (a) $\sec x - \tan x + c$ (b) $\sec x + \tan x + c$
(c) $\tan x - \sec x + c$ (d) $-(\sec x + \tan x) + c$

11. $\int_{-1}^1 \frac{|x-2|}{x-2} dx$, $x \neq 2$ का मान है :

- (a) 1 (b) -1
(c) 2 (d) -2





6. The derivative of x^{2x} w.r.t. x is
- (a) x^{2x-1} (b) $2x^{2x} \log x$
(c) $2x^{2x}(1 + \log x)$ (d) $2x^{2x}(1 - \log x)$
7. The function $f(x) = [x]$, where $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x , is continuous at
- (a) $x = 1$ (b) $x = 1.5$
(c) $x = -2$ (d) $x = 4$
8. If $x = A \cos 4t + B \sin 4t$, then $\frac{d^2x}{dt^2}$ is equal to
- (a) x (b) $-x$
(c) $16x$ (d) $-16x$
9. The interval in which the function $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 1$ is decreasing, is
- (a) $(-1, \infty)$ (b) $(-2, -1)$
(c) $(-\infty, -2)$ (d) $[-1, 1]$
10. $\int \frac{\sec x}{\sec x - \tan x} dx$ equals
- (a) $\sec x - \tan x + c$ (b) $\sec x + \tan x + c$
(c) $\tan x - \sec x + c$ (d) $-(\sec x + \tan x) + c$
11. $\int_{-1}^1 \frac{|x-2|}{x-2} dx$, $x \neq 2$ is equal to
- (a) 1 (b) -1
(c) 2 (d) -2





12. अवकल समीकरण $\frac{d}{dx} \left(\left(\frac{dy}{dx} \right)^3 \right)$ की कोटि और घात का योगफल है :

- (a) 2 (b) 3
(c) 5 (d) 0

13. दो सदिश $\vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k}$ तथा $\vec{b} = b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k}$ सरेख हैं, यदि

- (a) $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$ (b) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
(c) $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$ (d) $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$

14. सदिश $6 \hat{i} - 2 \hat{j} + 3 \hat{k}$ का परिमाण है :

- (a) 1 (b) 5
(c) 7 (d) 12

15. यदि कोई रेखा x, y तथा z -अक्ष से क्रमशः $90^\circ, 135^\circ$ तथा 45° के कोण बनाती है, तो इसके दिक् कोसाइन हैं :

- (a) $0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

16. रेखाओं $2x = 3y = -z$ तथा $6x = -y = -4z$ के बीच का कोण है :

- (a) 0° (b) 30°
(c) 45° (d) 90°

17. किन्हीं दो घटनाओं A तथा B के लिए यदि $P(A) = \frac{4}{5}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$ है, तो $P(B/A)$

बराबर है :

- (a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{8}$
(c) $\frac{7}{8}$ (d) $\frac{17}{20}$





12. The sum of the order and the degree of the differential equation

$$\frac{d}{dx} \left(\left(\frac{dy}{dx} \right)^3 \right) \text{ is}$$

- (a) 2 (b) 3
(c) 5 (d) 0

13. Two vectors $\vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k}$ and $\vec{b} = b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k}$ are collinear if

- (a) $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0$ (b) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
(c) $a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$ (d) $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$

14. The magnitude of the vector $6 \hat{i} - 2 \hat{j} + 3 \hat{k}$ is

- (a) 1 (b) 5
(c) 7 (d) 12

15. If a line makes angles of 90° , 135° and 45° with the x , y and z axes respectively, then its direction cosines are

- (a) $0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}$

16. The angle between the lines $2x = 3y = -z$ and $6x = -y = -4z$ is

- (a) 0° (b) 30°
(c) 45° (d) 90°

17. If for any two events A and B, $P(A) = \frac{4}{5}$ and $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$, then $P(B/A)$ is equal to

- (a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{8}$
(c) $\frac{7}{8}$ (d) $\frac{17}{20}$





18. पाँच अनभिनत सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है। कम से कम एक चित आने की प्रायिकता है :

(a) $\frac{27}{32}$

(b) $\frac{5}{32}$

(c) $\frac{31}{32}$

(d) $\frac{1}{32}$

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

निम्नलिखित प्रश्न 19 व 20 में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क कथन (R) दिया गया है। निम्न विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए :

(a) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं और (R), कथन (A) की पूरी व्याख्या करता है।

(b) (A) तथा (R) दोनों सत्य हैं, परंतु (R), कथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

(c) (A) सत्य है और (R) सत्य नहीं है।

(d) (A) असत्य है, जबकि (R) सत्य है।

19. **अभिकथन (A) :** दो सिक्के एक साथ उछाले गए। यदि यह ज्ञात है कि कम से कम एक चित आया है, तो दोनों चितों के आने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है।

तर्क (R) : माना E तथा F, एक यादृच्छिक प्रयोग की दो घटनाएँ हैं, तो $P(F/E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}$.

20. **अभिकथन (A) :** $\int_2^8 \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{10-x}} dx = 3$ है।

तर्क (R) : $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$





18. Five fair coins are tossed simultaneously. The probability of the events that atleast one head comes up is

- (a) $\frac{27}{32}$ (b) $\frac{5}{32}$
(c) $\frac{31}{32}$ (d) $\frac{1}{32}$

Assertion – Reason Based Questions

In the following questions **19** and **20**, a statement of Assertion (A) is followed by a statement of Reason (R). Choose the correct answer out of the following choices :

- (a) Both (A) and (R) are true and (R) is the correct explanation of (A).
(b) Both (A) and (R) are true, but (R) is not the correct explanation of (A).
(c) (A) is true and (R) is false.
(d) (A) is false, but (R) is true.

19. **Assertion (A)** : Two coins are tossed simultaneously. The probability of getting two heads, if it is known that at least one head comes up, is $\frac{1}{3}$.

Reason (R) : Let E and F be two events with a random experiment, then

$$P(F/E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}.$$

20. **Assertion (A)** : $\int_2^8 \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{x} + \sqrt{10-x}} dx = 3$

$$\text{Reason (R)} : \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$$





खण्ड – ख

इस खण्ड में अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. निम्न फलन की मुख्य मान शाखा का प्रान्त व परिसर ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \tan^{-1} x$$

22. (a) यदि $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{यदि } x \geq 1 \\ x, & \text{यदि } x < 1 \end{cases}$ है, तो दर्शाइए कि $x = 1$ पर f अवकलनीय नहीं है।

अथवा

(b) यदि फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 \lambda x}{x^2}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत है, तो 'λ' के मान ज्ञात कीजिए।

23. रेखाओं $2x + y = 8$, $y = 2$, $y = 4$ तथा y -अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र को आलेखित कीजिए। अतः समाकलन के प्रयोग से इस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

24. (a) यदि सदिश \vec{a} तथा \vec{b} ऐसे हैं कि $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \frac{2}{3}$ तथा $\vec{a} \times \vec{b}$ एक मात्रक सदिश है, तो \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

अथवा

(b) उस समांतरचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित हैं।

25. बिंदु A (1, 2, -1) से होकर जाने वाली तथा रेखा $5x - 25 = 14 - 7y = 35z$ के समांतर एक रेखा के सदिश व कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए।





SECTION – B

This section comprises of Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. Write the domain and range (principle value branch) of the following functions :

$$f(x) = \tan^{-1} x$$

22. (a) If $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{if } x \geq 1 \\ x, & \text{if } x < 1 \end{cases}$, then show that f is not differentiable at $x = 1$.

OR

- (b) Find the value(s) of ' λ ', if the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 \lambda x}{x^2}, & \text{if } x \neq 0 \text{ is continuous at } x = 0. \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

23. Sketch the region bounded by the lines $2x + y = 8$, $y = 2$, $y = 4$ and the y -axis. Hence, obtain its area using integration.

24. (a) If the vectors \vec{a} and \vec{b} are such that $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \frac{2}{3}$ and $\vec{a} \times \vec{b}$ is a unit vector, then find the angle between \vec{a} and \vec{b} .

OR

- (b) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.

25. Find the vector and the cartesian equations of a line that passes through the point $A(1, 2, -1)$ and parallel to the line $5x - 25 = 14 - 7y = 35z$.





खण्ड - ग

इस खण्ड में लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^3 - 23A - 40I = O$.

27. (a) $\sec^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right)$ का $\sin^{-1} (2x\sqrt{1-x^2})$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

अथवा

(b) यदि $y = \tan x + \sec x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$

28. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + e^{\sin x}} dx$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^4}{(x-1)(x^2+1)} dx$

29. निम्न द्वारा दर्शाए गए क्षेत्र का समाकलन से क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\{(x, y) : y^2 \leq 2x \text{ तथा } y \geq x - 4\}$$





SECTION – C

This section comprises of Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then show that $A^3 - 23A - 40I = O$.

27. (a) Differentiate $\sec^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right)$ w.r.t. $\sin^{-1} (2x\sqrt{1-x^2})$.

OR

(b) If $y = \tan x + \sec x$, then prove that $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$.

28. (a) Evaluate : $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + e^{\sin x}} dx$

OR

(b) Find : $\int \frac{x^4}{(x-1)(x^2+1)} dx$

29. Find the area of the following region using integration :

$$\{(x, y) : y^2 \leq 2x \text{ and } y \geq x - 4\}$$





30. (a) बिंदु $P(0, 2, 3)$ से रेखा $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$ पर खींचे गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (b) तीन सदिश \vec{a} , \vec{b} तथा \vec{c} इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है। राशि $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए, यदि $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ तथा $|\vec{c}| = 2$ है।

31. निम्न रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k});$$

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(4\hat{i} + 6\hat{j} + 12\hat{k})$$

खण्ड - घ

इस खण्ड में दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (a) एक समबाहु त्रिभुज की माधिका $2\sqrt{3}$ cm/s की दर से बढ़ रही है। इसकी भुजा के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (b) दो संख्याओं का योग 5 है। यदि इन संख्याओं के घनों का योगफल न्यूनतम हो, तो इनके वर्गों का योगफल ज्ञात कीजिए।





30. (a) Find the coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point $P(0, 2, 3)$ to the line $\frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$.

OR

- (b) Three vectors \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} satisfy the condition $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. Evaluate the quantity $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$, if $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ and $|\vec{c}| = 2$.

31. Find the distance between the lines :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k});$$

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(4\hat{i} + 6\hat{j} + 12\hat{k})$$

SECTION - D

This section comprises of Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) The median of an equilateral triangle is increasing at the rate of $2\sqrt{3}$ cm/s. Find the rate at which its side is increasing.

OR

- (b) Sum of two numbers is 5. If the sum of the cubes of these numbers is least, then find the sum of the squares of these numbers.





33. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$

34. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

$$\text{व्यवरोधों : } 3x + 2y \leq 9,$$

$$3x + y \leq 9,$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \text{ के अंतर्गत}$$

$P = 70x + 40y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए ।

35. (a) एक बहुविकल्पी प्रश्न का उत्तर देने में एक विद्यार्थी या तो प्रश्न का उत्तर जानता है या वह अनुमान लगाता है । मान लें कि उसके उत्तर जानने की प्रायिकता $\frac{3}{5}$ है और अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{2}{5}$ है । मान लें कि छात्र के प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाने पर सही उत्तर देने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है, तो क्या प्रायिकता है कि कोई छात्र प्रश्न का उत्तर जानता है, दिया है कि उसने सही उत्तर दिया है ?

अथवा

(b) एक बक्से में 10 टिकटें हैं, जिनमें 2 पर ₹ 8 प्रति टिकट का इनाम है, 5 पर ₹ 4 प्रति टिकट का इनाम है तथा शेष 3 पर ₹ 2 प्रति टिकट का इनाम है । यदि एक टिकट यादृच्छया निकाला गया तो इनाम की राशि का माध्य ज्ञात कीजिए ।





33. Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x) dx$

34. Solve the following Linear Programming Problem graphically :

$$\text{Maximize : } P = 70x + 40y$$

$$\text{subject to : } 3x + 2y \leq 9,$$

$$3x + y \leq 9,$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

35. (a) In answering a question on a multiple choice test, a student either knows the answer or guesses. Let $\frac{3}{5}$ be the probability that he knows the answer and $\frac{2}{5}$ be the probability that he guesses. Assuming that a student who guesses at the answer will be correct with probability $\frac{1}{3}$. What is the probability that the student knows the answer, given that he answered it correctly ?

OR

- (b) A box contains 10 tickets, 2 of which carry a prize of ₹ 8 each, 5 of which carry a prize of ₹ 4 each, and remaining 3 carry a prize of ₹ 2 each. If one ticket is drawn at random, find the mean value of the prize.





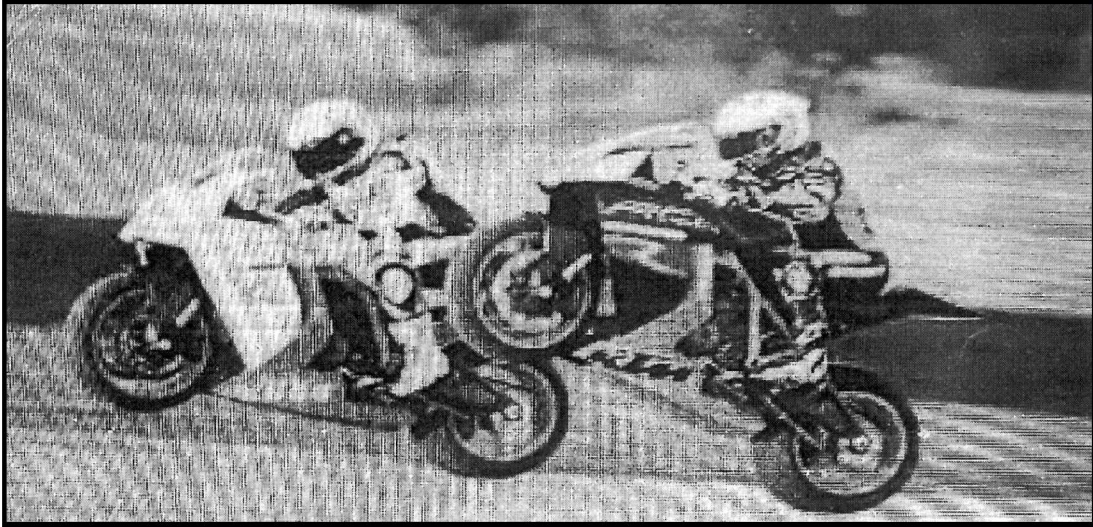
खण्ड – ड

इस खण्ड में 3 प्रकरण/परिच्छेद आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं। प्रथम दो प्रकरण अध्ययन प्रश्नों में क्रमशः 1, 1, 2 अंकों के तीन उप-भाग (I), (II), (III) हैं। तीसरे प्रकरण अध्ययन प्रश्न में प्रत्येक 2 अंकों के दो उप-भाग हैं।

प्रकरण अध्ययन-I

36. एक संस्था ने दो वर्गों-छात्र व छात्राओं के लिए बाईक दौड़ का आयोजन किया। कुल 28 भाग लेने वाले थे। अन्त में वर्ग 1 में से तीन तथा वर्ग 2 में दो को अंतिम दौड़ के लिए चुना गया। रवि ने अपने कॉलेज प्रोजेक्ट के लिए इन प्रतिभागियों से दो समुच्चय B और G बनाए।

माना $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ तथा $G = \{g_1, g_2\}$, जहाँ B अन्तिम दौड़ के लिए चुने गए छात्रों तथा G चुनी गई छात्राओं को निरूपित करते हैं



उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

- (I) B से G में कितने संबंध सम्भव हैं ?
- (II) B से G के सभी संभव संबंधों में कितने B से G के फलन हैं ?
- (III) माना $R : B \rightarrow B$, $R = \{(x, y) : x \text{ तथा } y \text{ एक ही लिंग के हैं}\}$ द्वारा परिभाषित है। जाँच कीजिए कि क्या R एक तुल्यता संबंध है।

अथवा

- (III) यदि फलन $f : B \rightarrow G$, $f = \{(b_1, g_1), (b_2, g_2), (b_3, g_1)\}$ द्वारा परिभाषित है तो जाँच कीजिए कि क्या f एकैकी तथा आच्छादक है। अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।





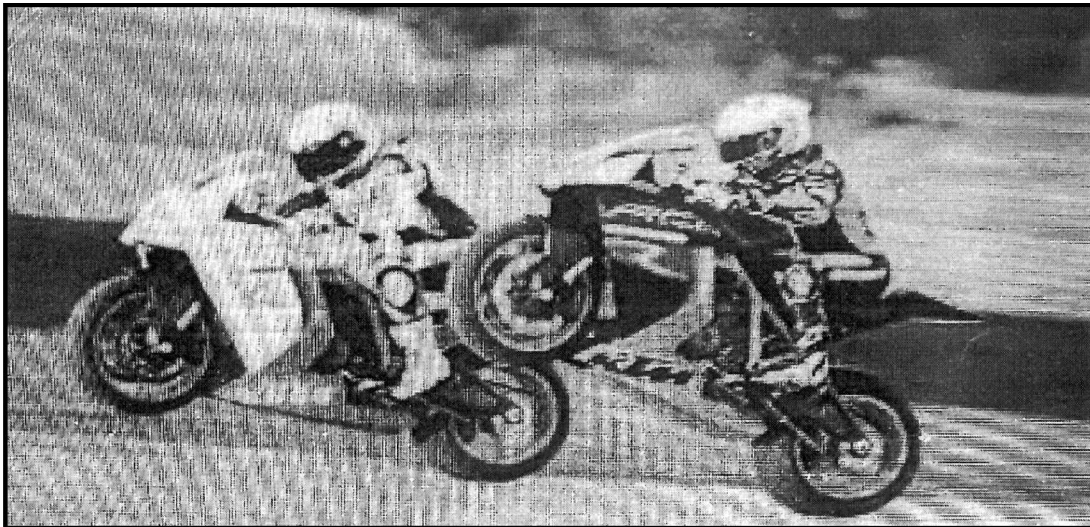
SECTION – E

This section comprises of 3 case study/passage-based questions of 4 marks each with two sub-parts. First two case study questions have three sub – parts (I), (II), (III) of marks 1, 1, 2 respectively. The third case study question has two sub – parts (I) and (II) of marks 2 each.

Case Study-I

36. An organization conducted bike race under two different categories – Boys and Girls. There were 28 participants in all. Among all of them, finally three from category 1 and two from category 2 were selected for the final race. Ravi forms two sets B and G with these participants for his college project.

Let $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ and $G = \{g_1, g_2\}$, where B represents the set of Boys selected and G the set of Girls selected for the final race.



Based on the above information, answer the following questions :

- (I) How many relations are possible from B to G ?
- (II) Among all the possible relations from B to G, how many functions can be formed from B to G ?
- (III) Let $R : B \rightarrow B$ be defined by $R = \{(x, y) : x \text{ and } y \text{ are students of the same sex}\}$. Check if R is an equivalence relation.

OR

- (III) A function $f : B \rightarrow G$ be defined by $f = \{(b_1, g_1), (b_2, g_2), (b_3, g_1)\}$.

Check if f is bijective. Justify your answer.





प्रकरण अध्ययन-II

37. गौतम 5 पैस, 3 बैग तथा 1 उपकरण बॉक्स ₹ 160 में खरीदता है। उसी दुकान से विक्रम 2 पैस, 1 बैग तथा 3 उपकरण बॉक्स ₹ 190 में खरीदता है। अंकुर भी वहीं से 1 पैस, 2 बैग तथा 4 उपकरण बॉक्स ₹ 250 में खरीदता है।

उपरोक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

- (I) उपरोक्त सूचनाओं से $AX = B$ के रूप की एक आव्यूह समीकरण लिखो।
- (II) $|A|$ ज्ञात कीजिए।
- (III) A^{-1} ज्ञात कीजिए।

अथवा

- (III) $P = A^2 - 5A$ ज्ञात कीजिए।

प्रकरण अध्ययन-III

38. एक ऐसा समीकरण जिसमें स्वतंत्र चरों के सापेक्ष आश्रित चर के अवकलज सम्मिलित हों, अवकलज समीकरण कहलाता है। $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$ के रूप वाला अवकल समीकरण समघातीय कहलाता है यदि $F(x, y)$ शून्य घात वाला समघातीय फलन है, जहाँ फलन $F(x, y)$, n घात वाला समघातीय फलन कहलाता है यदि $F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n F(x, y)$ । एक समघातीय अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = F(x, y) = g\left(\frac{y}{x}\right)$ को हल करने के लिए हम $y = vx$ प्रतिस्थापित करते हैं तथा चरों को अलग – अलग करते हैं।

उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (I) दर्शाइए कि $(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$ एक $\frac{dy}{dx} = g\left(\frac{y}{x}\right)$ प्रकार की समघातीय अवकल समीकरण है।
- (II) उपरोक्त अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।





Case Study-II

37. Gautam buys 5 pens, 3 bags and 1 instrument box and pays a sum of ₹ 160. From the same shop, Vikram buys 2 pens, 1 bag and 3 instrument boxes and pays a sum of ₹ 190. Also Ankur buys 1 pen, 2 bags and 4 instrument boxes and pays a sum of ₹ 250.

Based on the above information, answer the following questions :

- (I) Convert the given above situation into a matrix equation of the form $AX = B$.
- (II) Find $|A|$.
- (III) Find A^{-1} .

OR

- (III) Determine $P = A^2 - 5A$.

Case Study-III

38. An equation involving derivatives of the dependent variable with respect to the independent variables is called a differential equation. A differential equation of the form $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$ is said to be homogeneous if $F(x, y)$ is a homogeneous function of degree zero, whereas a function $F(x, y)$ is a homogenous function of degree n if $F(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n F(x, y)$. To solve a homogeneous differential equation of the type $\frac{dy}{dx} = F(x, y) = g\left(\frac{y}{x}\right)$, we make the substitution $y = vx$ and then separate the variables.

Based on the above, answer the following questions :

- (I) Show that $(x^2 - y^2) dx + 2xy dy = 0$ is a differential equation of the type $\frac{dy}{dx} = g\left(\frac{y}{x}\right)$.
- (II) Solve the above equation to find its general solution.



